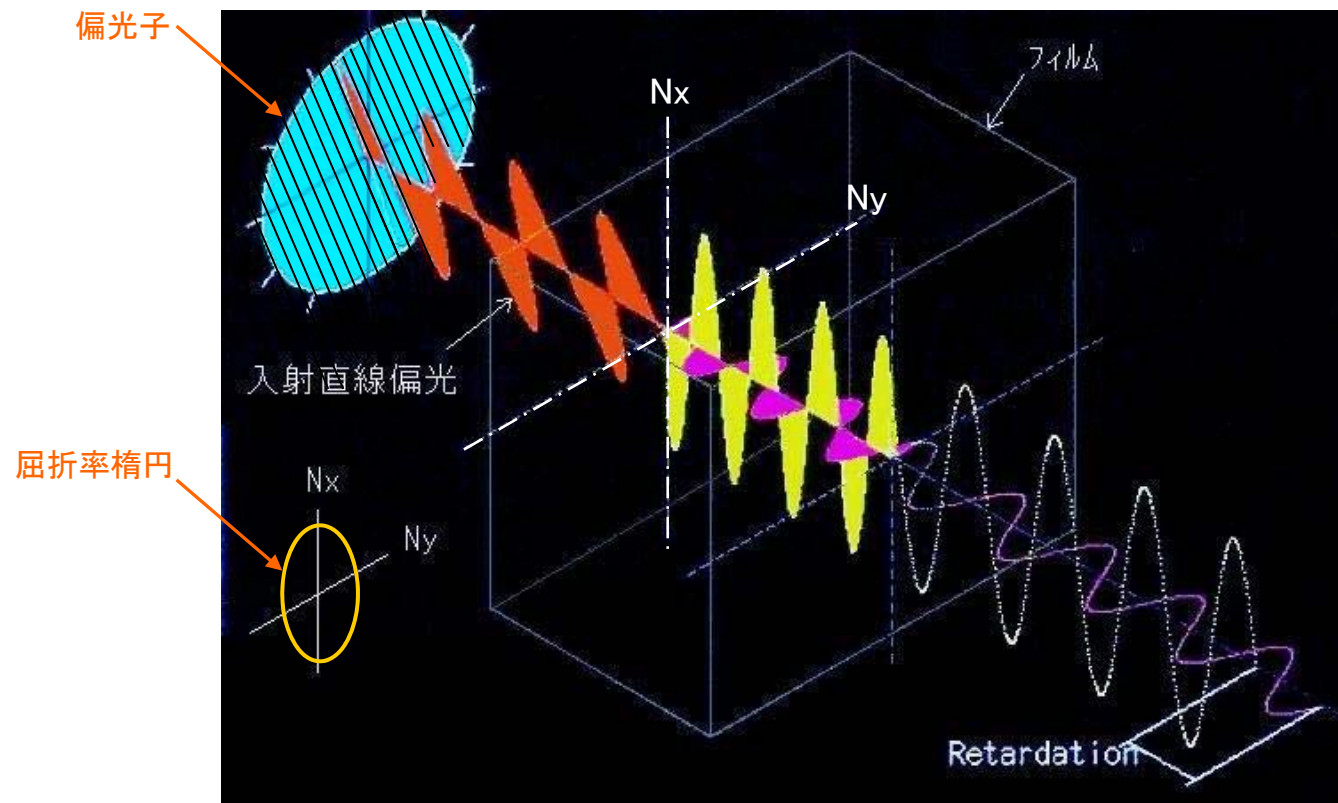


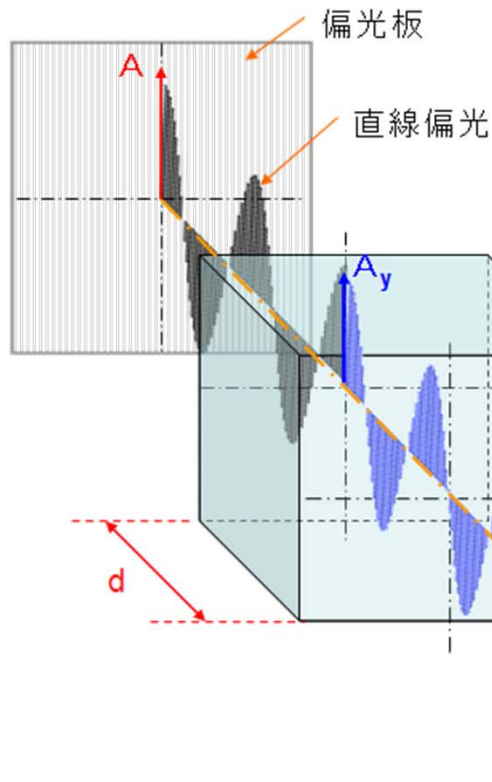
# レターデーションと複屈折

延伸フィルムに直線偏光が入射したときに、通過する光を直交する2つの直線偏光に分解して考えると、複屈折により位相差（レターデーション）が生じる  
フィルム面内の主屈折率を $N_x, N_y$ （ただし $N_x > N_y$ ）としたとき、入射直線偏光を $N_x$ 軸、 $N_y$ 軸に分解する（ $N_x$ 軸を遅相軸、 $N_y$ 軸を進相軸と呼ぶ）

$$\begin{aligned} \text{複屈折} &: \Delta N = N_x - N_y \\ \text{レターデーション} &: R = \Delta N \cdot d \quad (nm) \end{aligned}$$

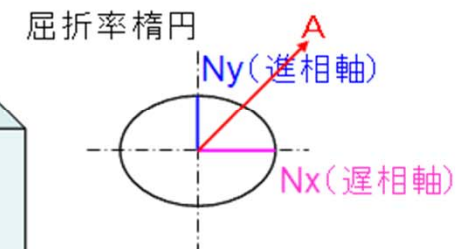
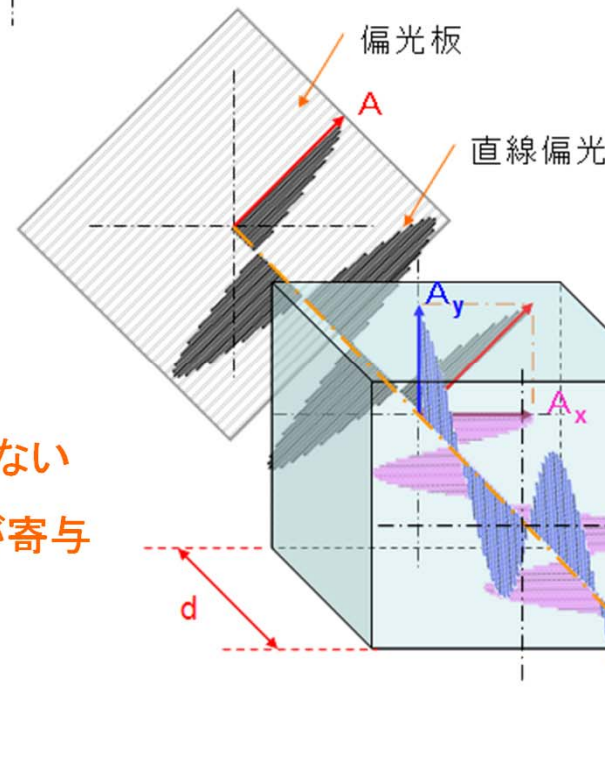
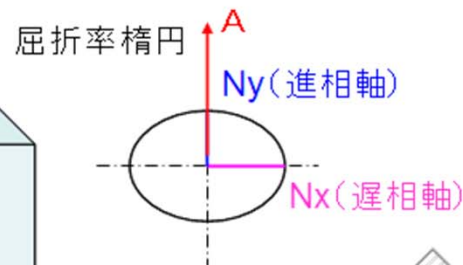


# レターデーションと複屈折



●入射直線偏光が $N_x$ 軸、 $N_y$ 軸に平行

⇒ ベクトル分解なし ⇒ そのまま直線偏光で通過



●入射直線偏光が $N_x$ 軸、 $N_y$ 軸に平行でない

⇒ ベクトル分解する ⇒ 位相差が寄与

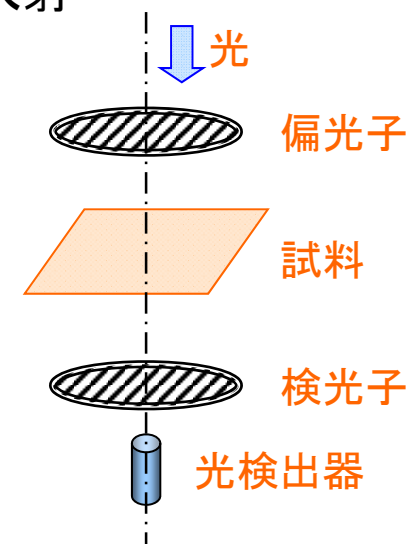
# レターデーションの測定方法

## ●簡易法・・・目視

- 1) 直交ニコル干渉色の利用
- 2) 補償板の利用 (ベレックコンペンセータ、バビネソレイユコンペンセータ)
- 3) セナルモン法・・・偏光子、検光子、1/4波長板

## ●自動測定

- 1) ピーク&バレイ法(分光法)・・・直交ニコル干渉色の分光スペクトルを利用
- 2) 回転検光子(偏光子)法・・・直線偏光入射または円偏光入射
- 3) 位相変調法
- 4) 光ヘテロダイン干渉法
- 5) 平行ニコル回転法
- 6) 多波長回転検光子法
- 7) 平行ニコル分光法



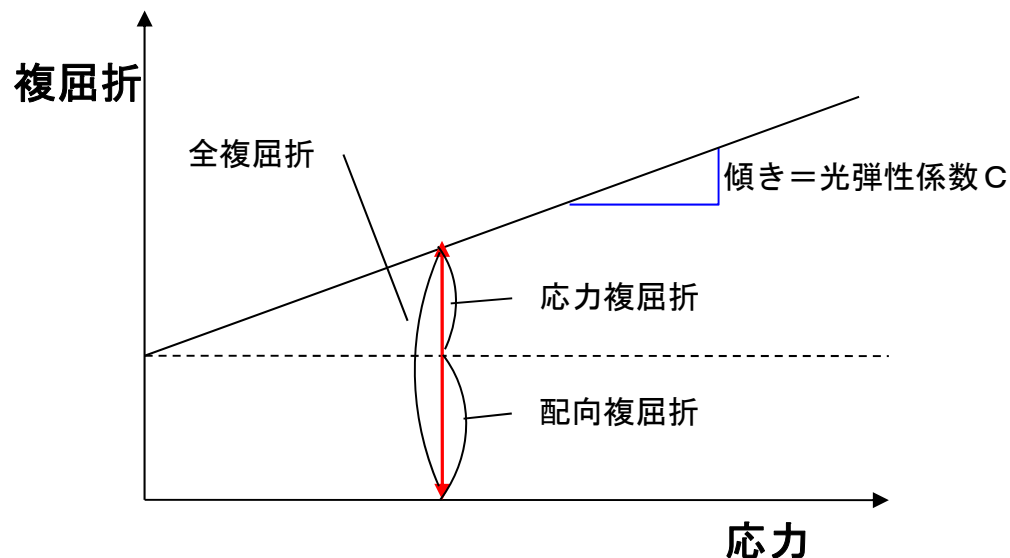
# 複屈折

## 配向複屈折と応力複屈折

観測される複屈折 = 分子配向による配向複屈折  
+  
残留応力による応力複屈折

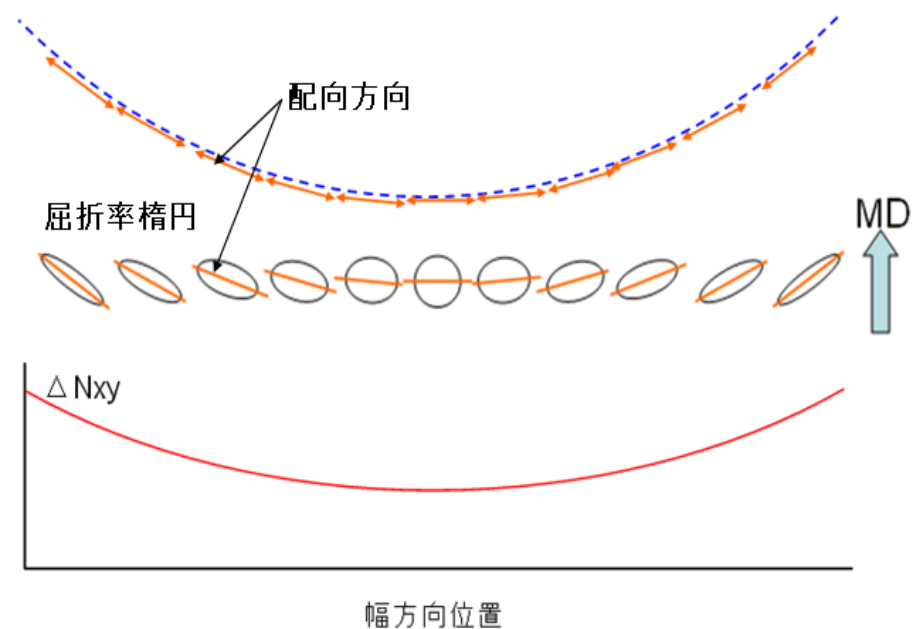
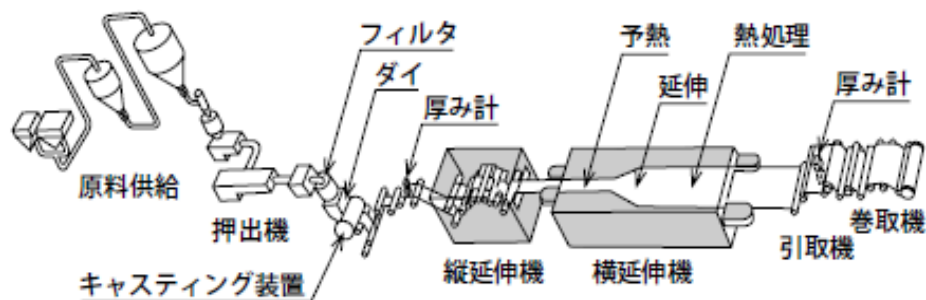
(ただし、分子配向方向と応力方向が平行のとき)

※ 他に形態複屈折もあり



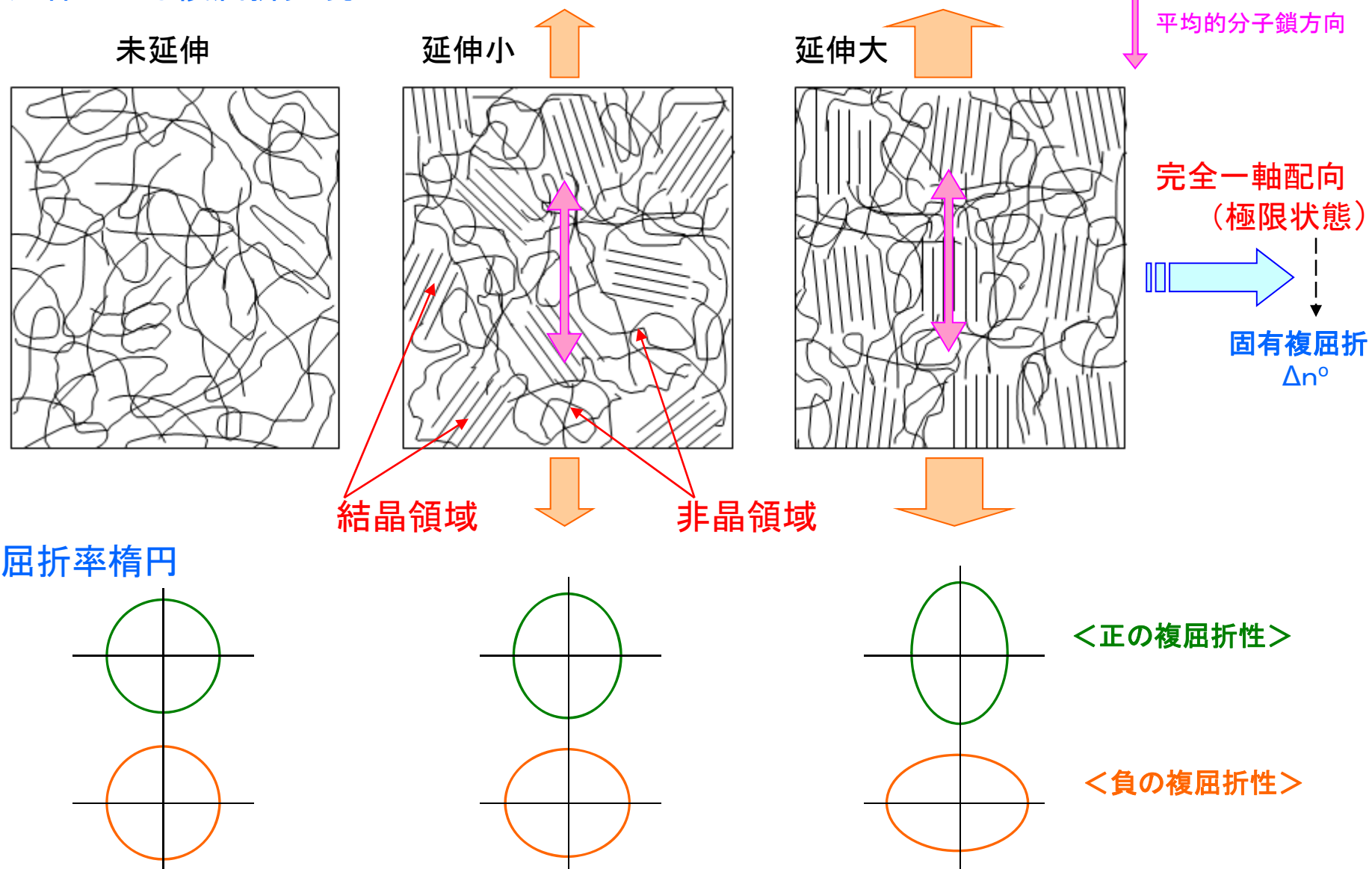
## ボーイング現象 (弓形)

逐次二軸延伸PETフィルムで顕著



# 配向複屈折

## 延伸による複屈折発現のイメージ

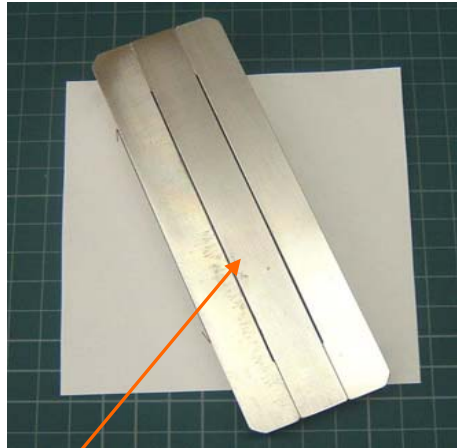




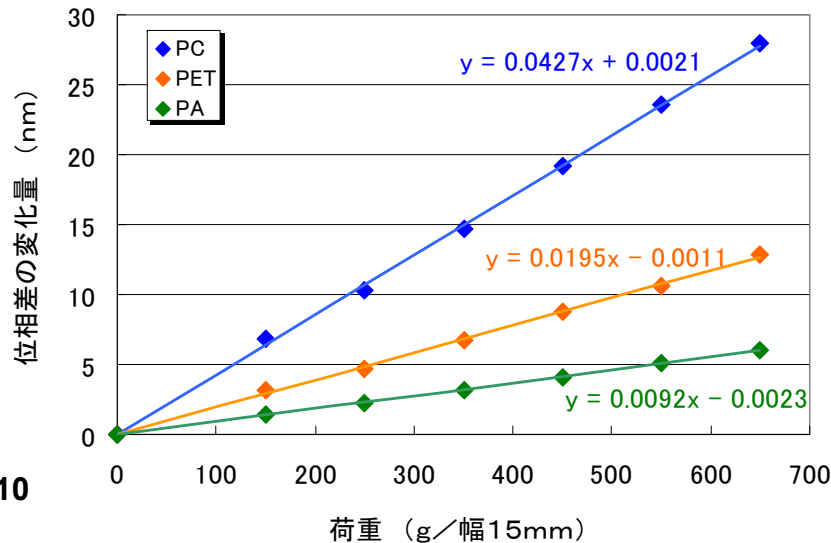
# 光弾性係数の測定

試料引張治具を利用して荷重による位相差変化を測定 ⇒ 光弾性係数

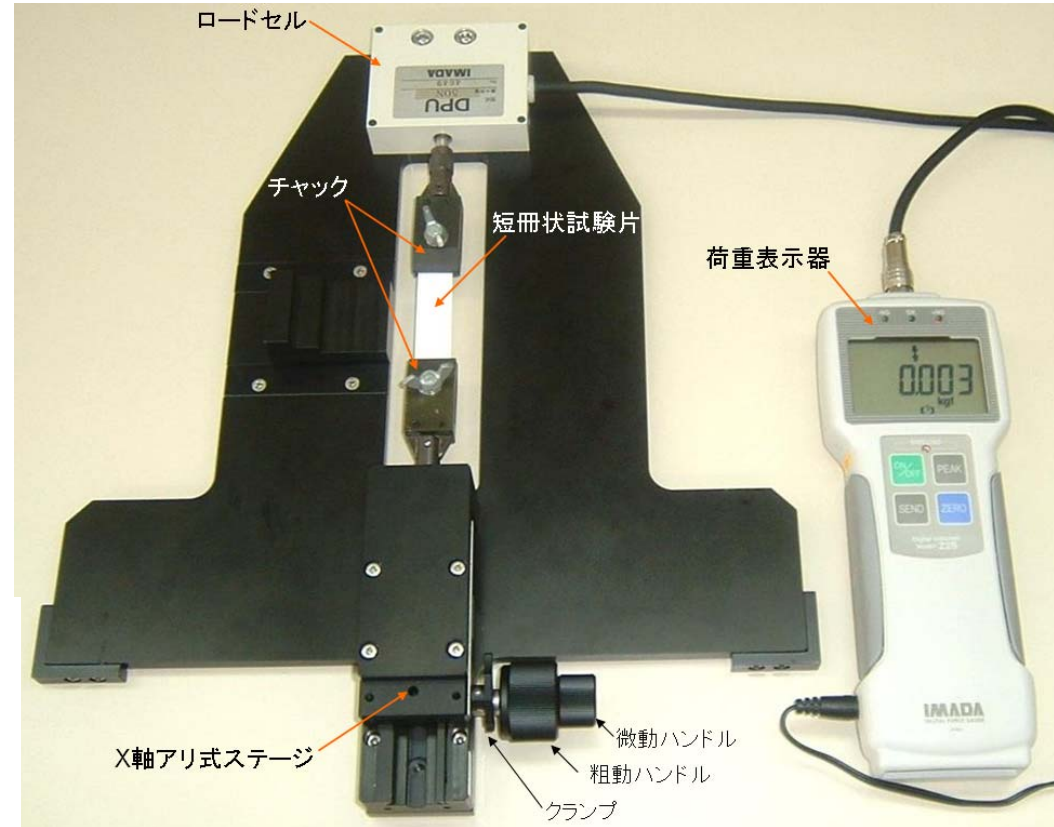
試料  
15 × 60mm



Nx軸に平行に試験片を切り出す



10



光弾性係数

PC	PET	PA
65.4	29.9	14.1

(単位)

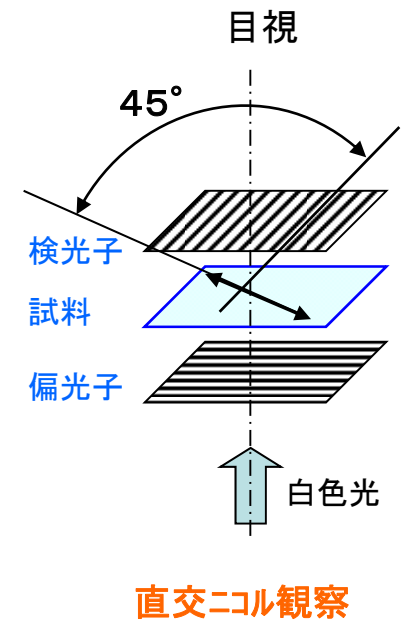
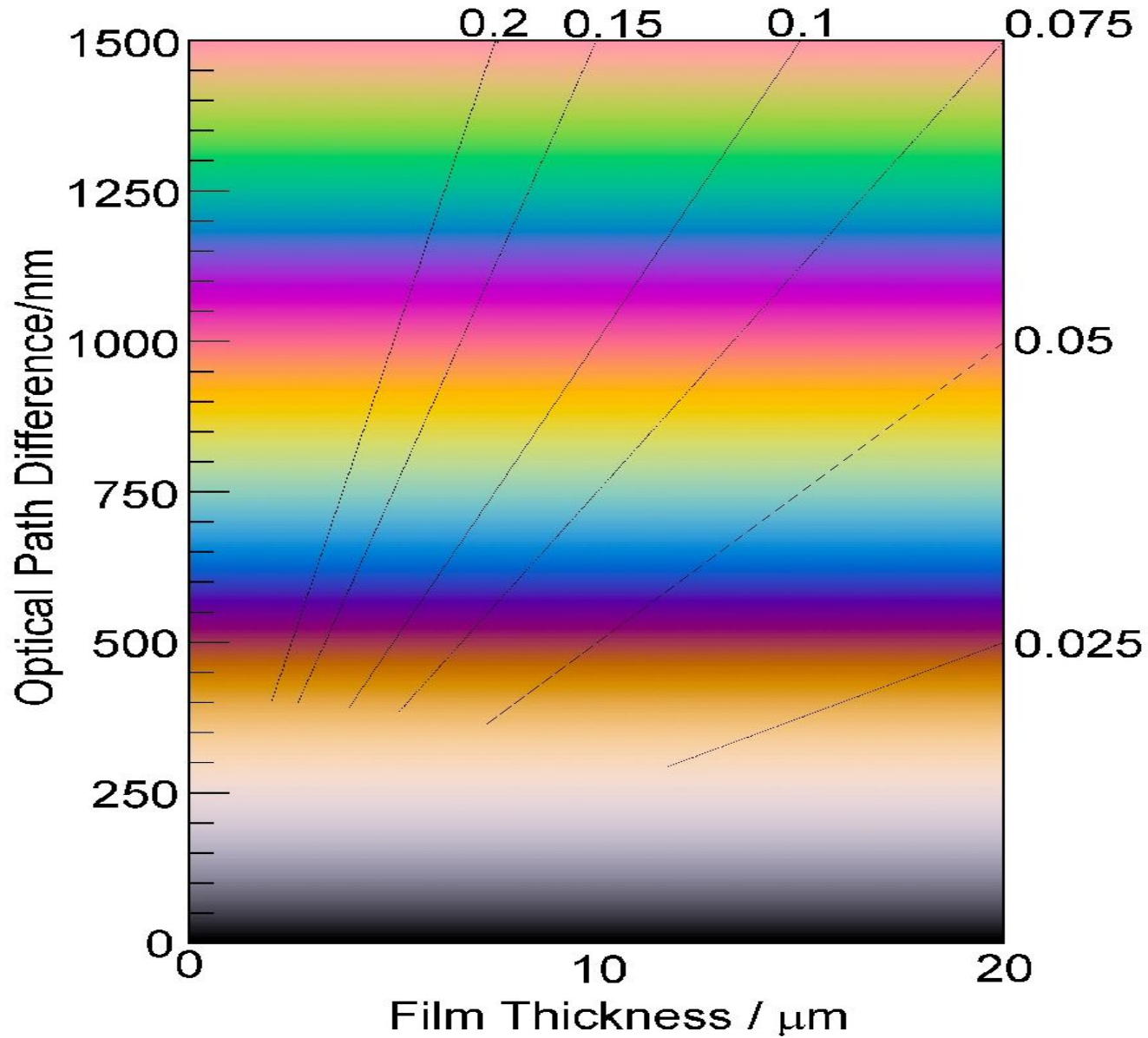
$\times 10^{-13} \text{cm}^2 / \text{dyn}$

または

$\times 10^{-12} / \text{Pa}$

# 直交ニコル観察時の干渉色

干渉色図表



直交ニコル観察

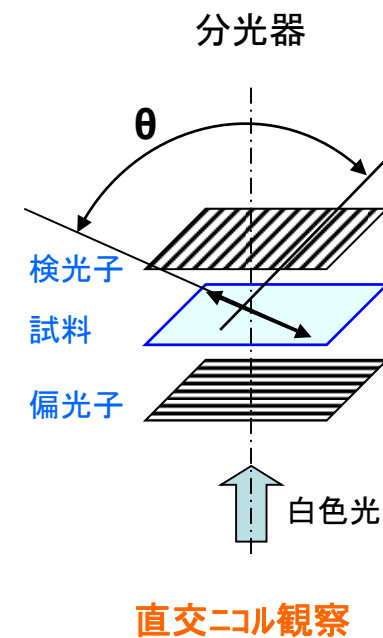
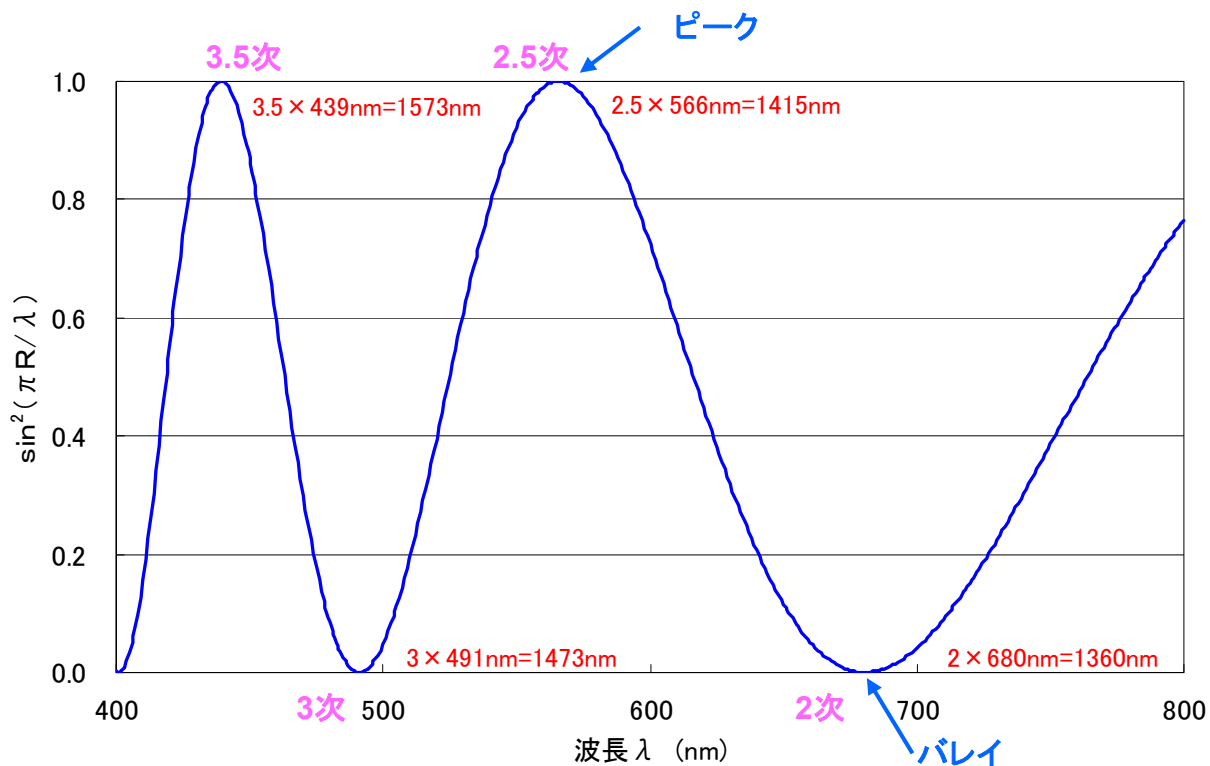
# 直交ニコル干渉色とレターデーシヨンの関係

白色光を用いた直交ニコル観察のときの透過光強度の表現式

$$I(\lambda) = I_0(\lambda) \sin^2 2\theta \sin^2 \frac{\pi R}{\lambda}$$

偏光板と遅相軸との成す角度 $\theta$ が $45^\circ$ のときに透過光量が最大になり、 $\sin^2 \frac{\pi R}{\lambda}$ の分光スペクトルによって干渉色が生じる

例)  $\lambda = 590\text{nm}$ で $R = 1400\text{nm}$ のPCのときの透過光スペクトル (計算)



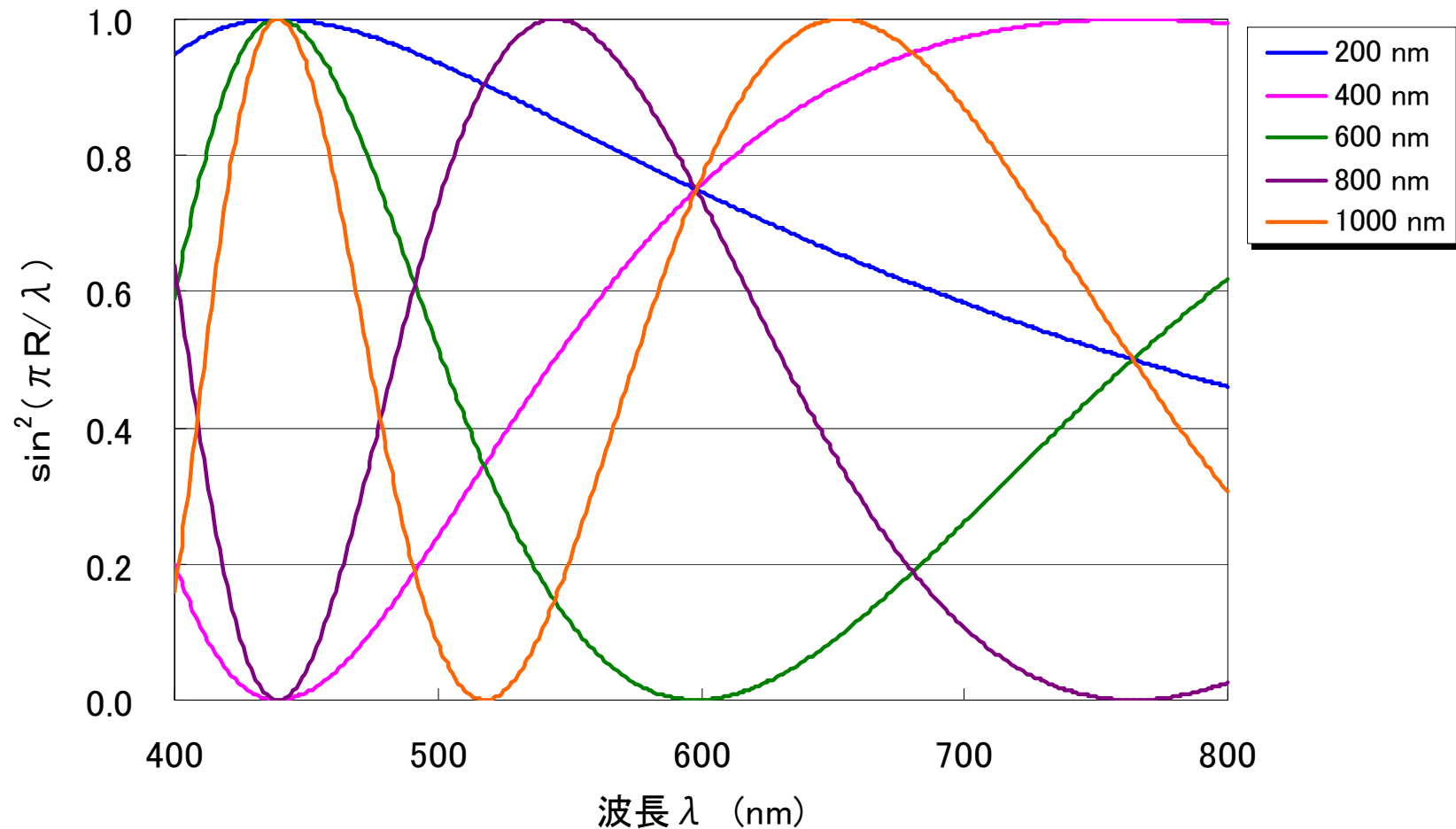


# 直交ニコル干渉色とレターデーシヨンの関係

## 位相差Rの違いによる直交ニコル観察のときの透過光スペクトルの比較 (計算)

材質をPCと仮定し、 $\lambda = 590\text{nm}$ でのRを200~1000nmとした場合

Rが大きくなるにしたがって観測されるピーク、バレイの数が増える

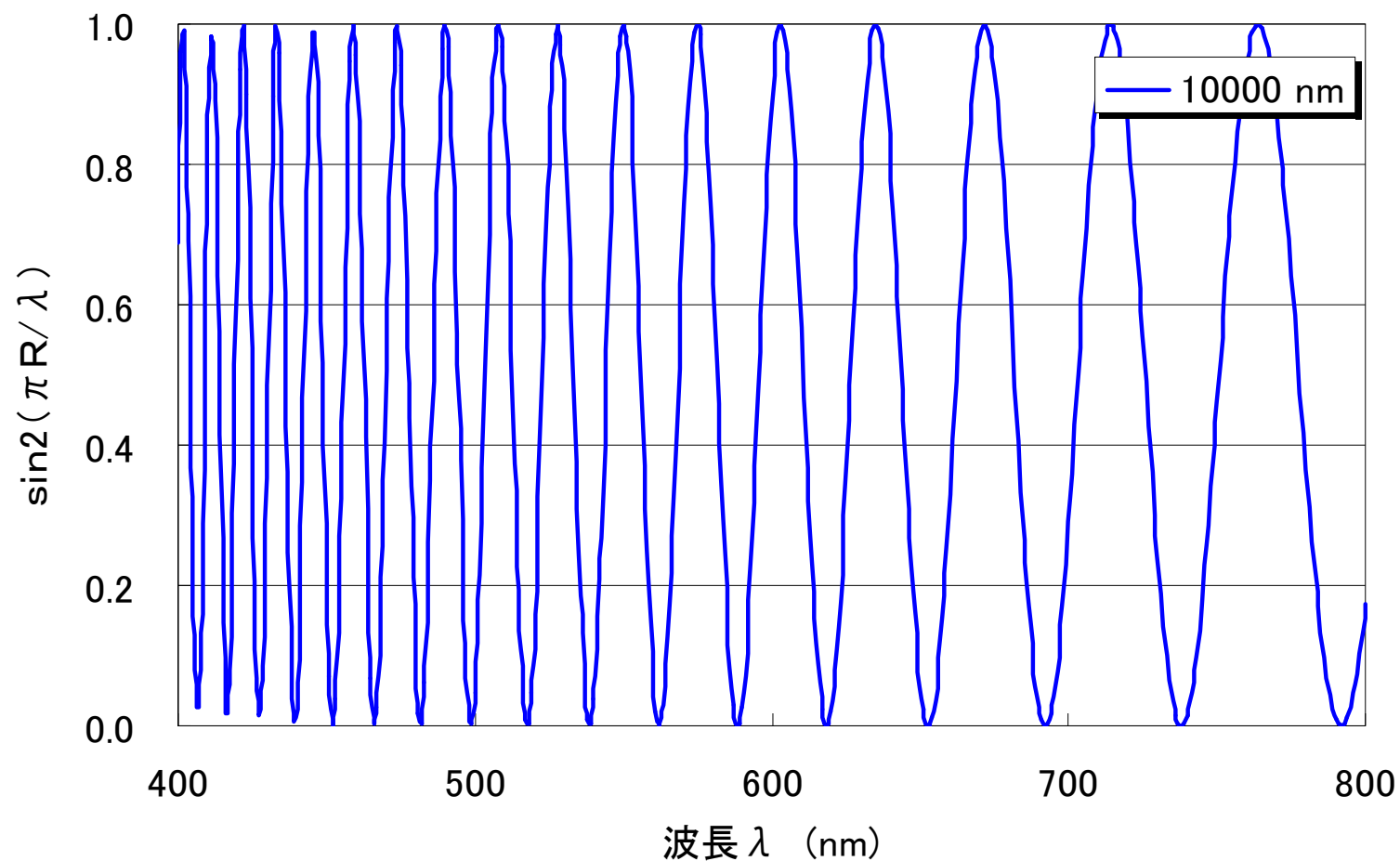


# 直交ニコル干渉色とレターデーシヨンの関係

## 超高位相差による偏光解消

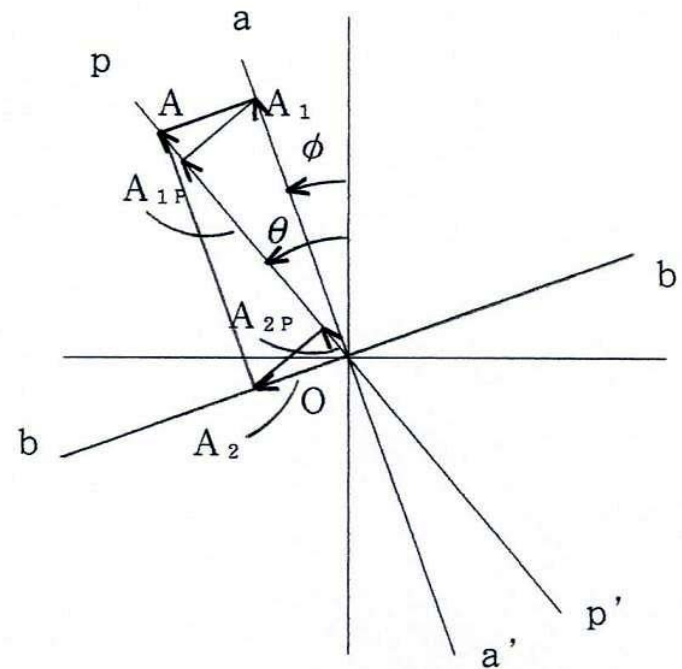
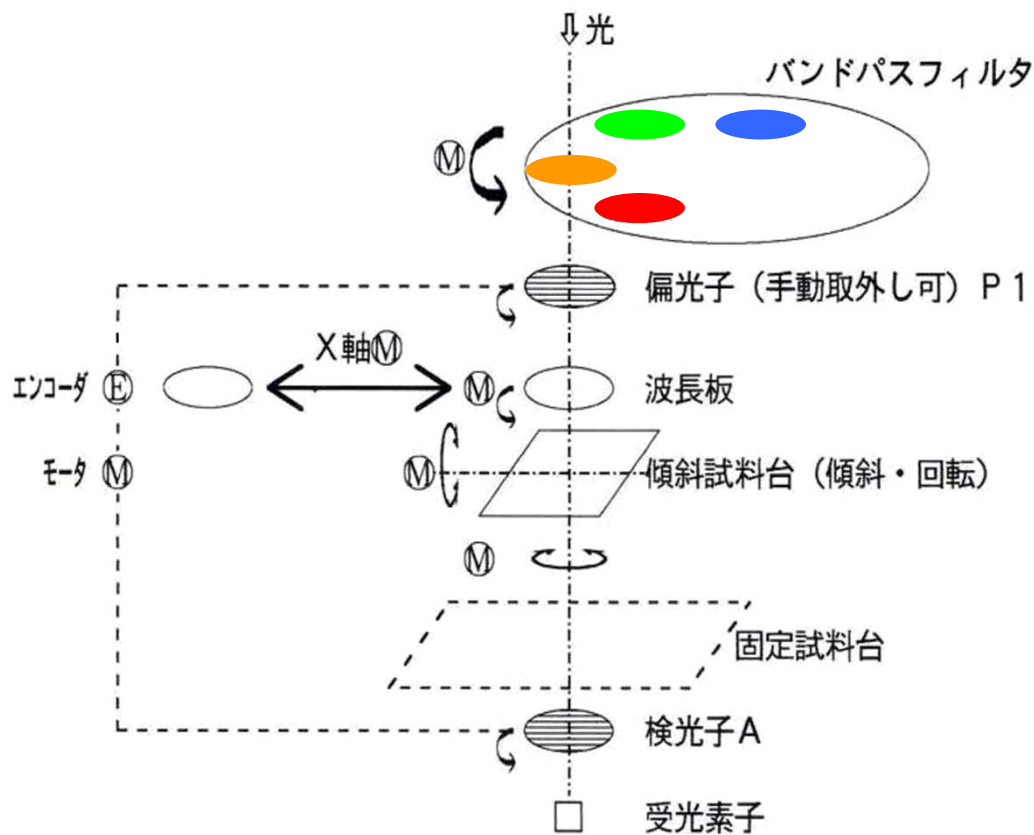
材質をPCと仮定し、 $\lambda = 590\text{nm}$ でのRを10000nmとした場合

( ほぼすべての波長の光が透過し、透過光は白色光となる  $\Rightarrow$  偏光解消効果 )



# KOBRAの測定原理 (平行ニコル回転法)

## KOBRA-WRの測定系



## 平行ニコルのときの直線偏光の分解と合成

aa'、bb'は試料の遅相軸、進相軸

pp'は偏光子、検光子の透過軸

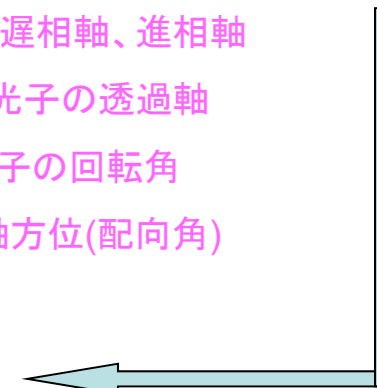
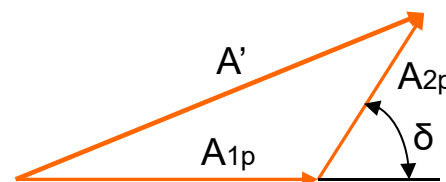
θは偏光子、検光子の回転角

φは試料の遅相軸方位(配向角)

## 2つの直線偏光合成の一般式

$$I(\theta) = A'^2 = A_{1p}^2 + A_{2p}^2 + 2A_{1p}A_{2p} \cos \delta$$

ただし、 $\delta = 2\pi R/\lambda$



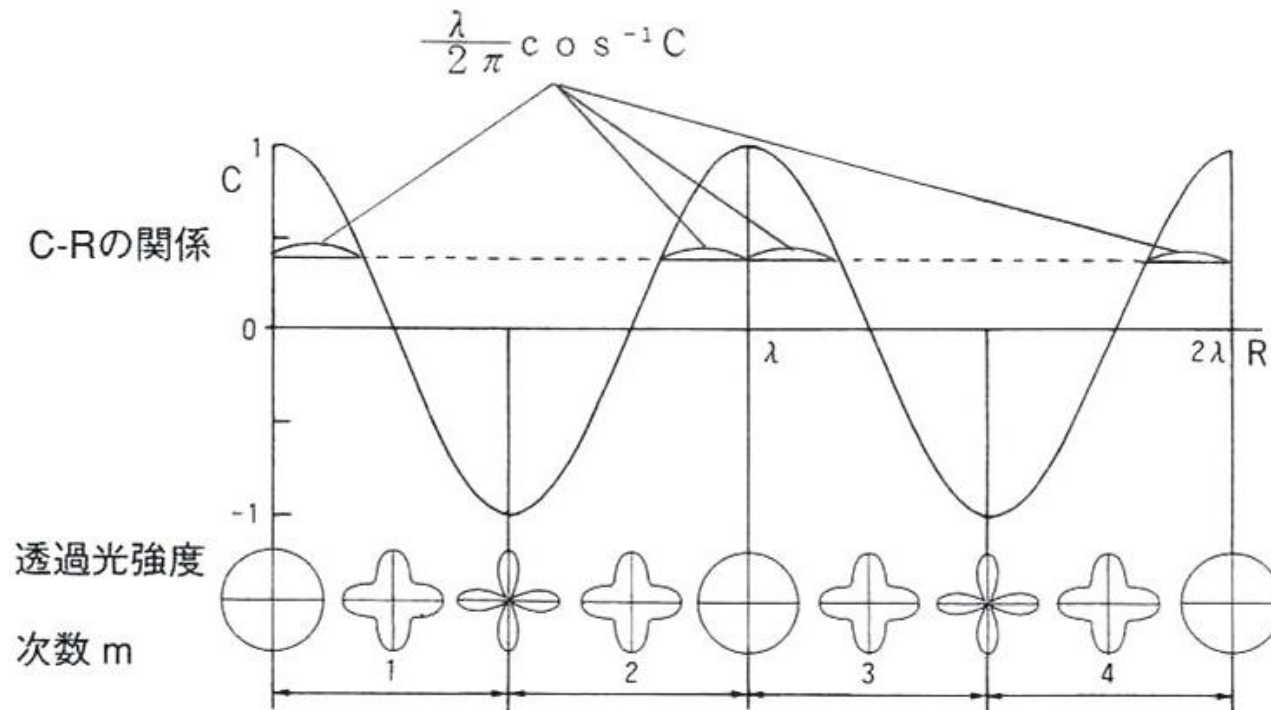
# KOBRAの測定原理 (平行ニコル回転法)

## 平行ニコル回転法の透過光強度の表現式

$$I(\theta) = I_0 \left\{ \alpha^2 \cos^4(\theta - \phi) + \sin^4(\theta - \phi) + \frac{1}{2} C \alpha \sin^2 2(\theta - \phi) \right\}$$

ただし、 $C = \cos \frac{2\pi R}{\lambda}$ 、 $\theta$ は偏光板の回転角、 $\phi$ は試料の遅相軸方位、 $\alpha$ は振幅透過率比

## Rと透過光強度図形および次数の関係



測定できるR範囲を広くするには次数mの決定が必要

透過光強度図形



Cの値を計算



次数mを決定



Rを算出

# KOBRAの測定原理 (平行ニコル回転法)

透過光強度図形  $I(\theta)$  の  $\theta = \phi$ 、 $\phi + 45^\circ$ 、 $\phi + 90^\circ$  の3つの値から、

未知数  $I_0$ 、 $\alpha$ 、 $C$  を決定  $\Rightarrow R$  を算出

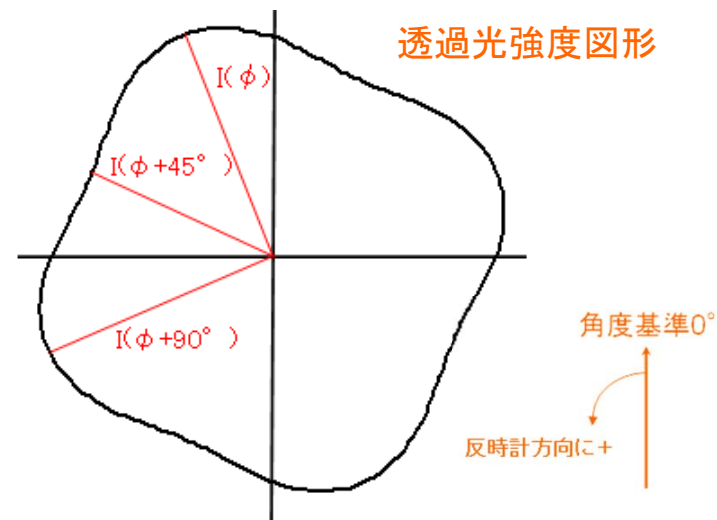
$$\alpha = \sqrt{\frac{I(\phi)}{I(\phi + 90^\circ)}}$$

$$C = \frac{4I(\phi + 45^\circ) - (\alpha^2 + 1) \cdot I(\phi + 90^\circ)}{2\alpha I(\phi + 90^\circ)}$$



$$R = \frac{\lambda}{2\pi} \left[ \left\{ m - \frac{1 - (-1)^m}{2} \right\} \pi - (-1)^m \cos^{-1} C \right]$$

$m$  は次数 = 1, 2, 3, 4, …



次数決定方法の例

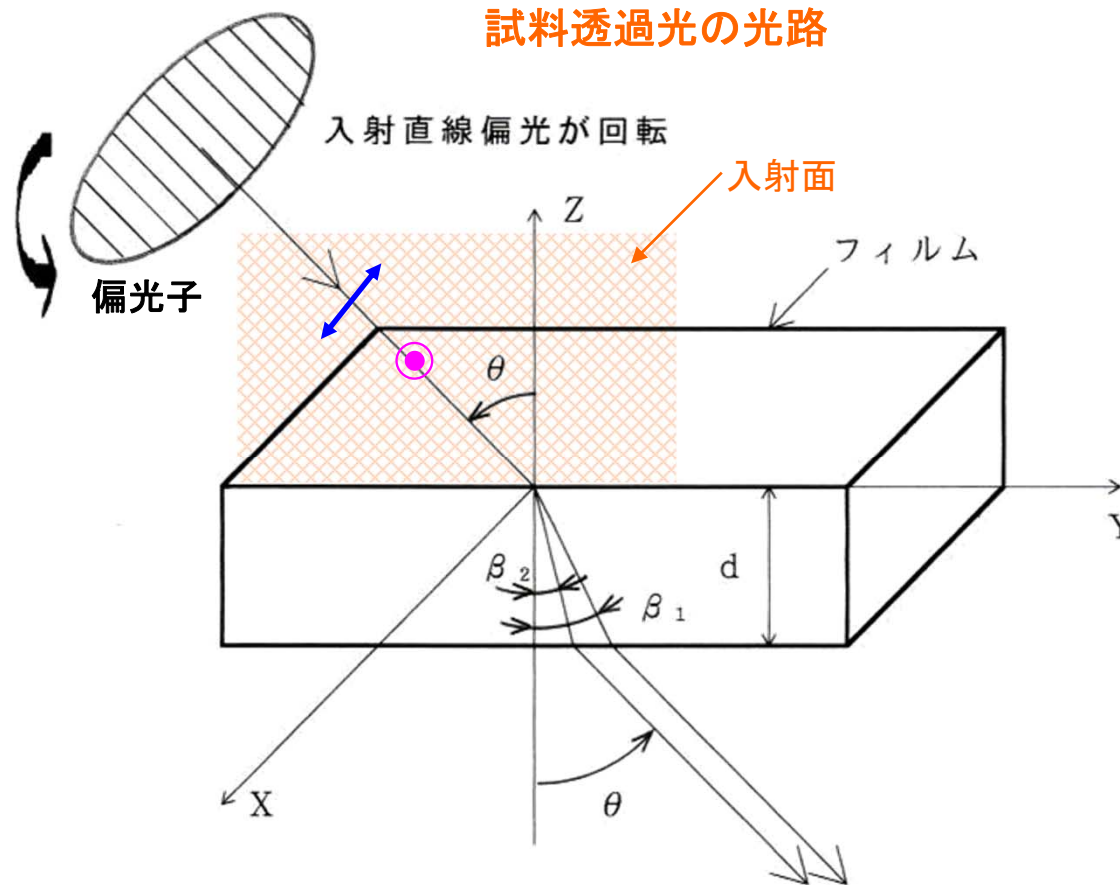
$m$	590nm	610nm	630nm
1	194.9	215.0	235.2
2	395.1	395.0	394.8
3	784.9	825.0	865.2
4	985.1	1005.0	1024.8
5	1374.9	1435.0	1495.2
6	1575.1	1615.0	1654.8
7	1964.9	2045.0	2125.2
.	.	.	.

次数  $m$  の決定 …… 3つの波長 590, 610, 630nm の測定値を使用

590~630nm は十分に狭い波長幅とみなし、波長依存性が多少あるとしても、3つの波長においてはほぼ同じ  $R$  の値を取るものと仮定

# 3次元屈折率の計算方法

垂直入射時のR0と入射角θのときのRθからNx, Ny, Nzを計算



入射面内の直線偏光 (P偏光)

に対しては  $N'$  が関係

$$\sin \beta_1 = \frac{\sin \theta}{N'}$$

入射面に垂直な直線偏光 (S偏光)

に対しては  $N_x$  が関係

$$\sin \beta_2 = \frac{\sin \theta}{N_x}$$

平均屈折角

$$\beta = \frac{\beta_1 + \beta_2}{2}$$

$$\text{光路長} = \frac{d}{\cos \beta}$$

※  $N_x, N_y, N_z$  はすべて未知

分かっているのは  $d, \theta, R_0, R_\theta$  のみ

したがって、 $\beta_1, \beta_2, N'$  も未知



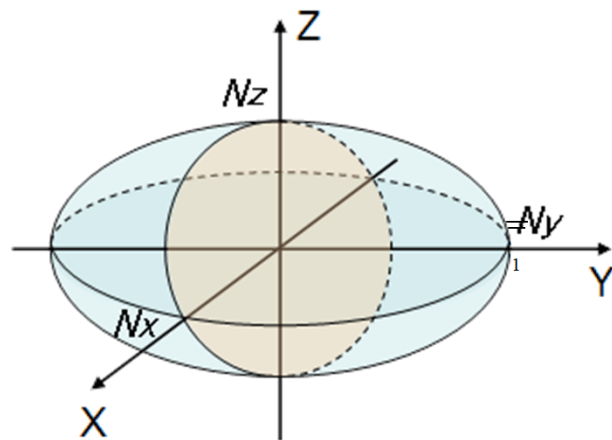
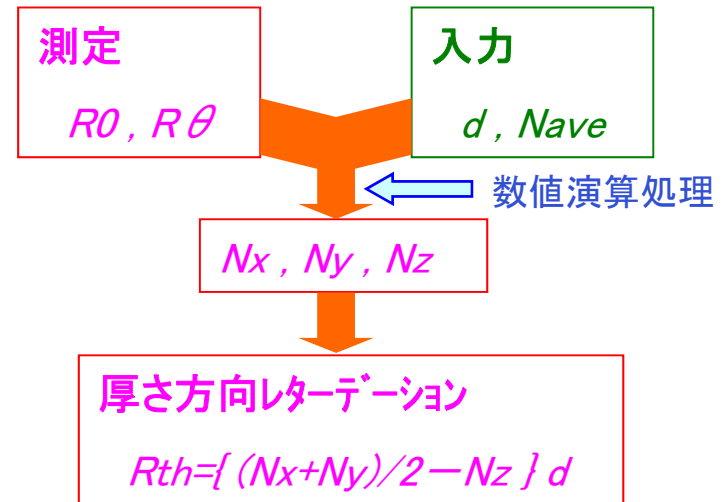
# 3次元屈折率の計算方法

## 3次元屈折率算出に用いる関係式

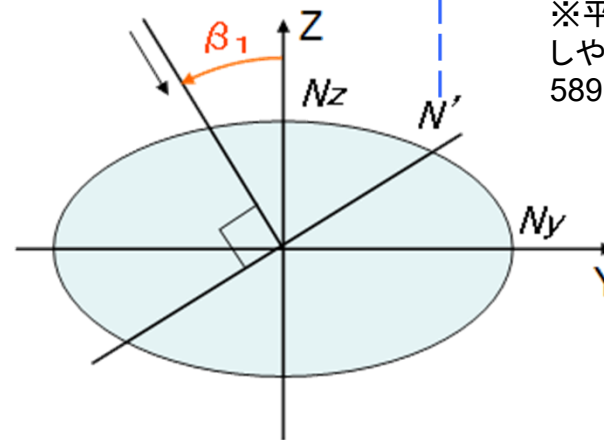
$$N_x - N' = \frac{R(\theta) \cos \beta}{d}$$

$$N_x - N_y = \frac{R(0)}{d}$$

$$N' = \frac{N_y N_z}{\sqrt{N_y^2 \sin^2 \beta_1 + N_z^2 \cos^2 \beta_1}}$$



屈折率楕円体



入射面内 (Y-Z面) の屈折率楕円

※平均屈折率Naveの数値が入手しやすいのはナトリウムD線(波長589.3nm)の値

$n_D^{23}$  ← 23°C  
← ナトリウムD線

# 屈折率楕円体と位相差の入射角依存性との関係

フィルム面内の主屈折率を $N_x, N_y$ 、厚さ方向屈折率を $N_z$ とし、かつ $N_x \geq N_y$ と定義

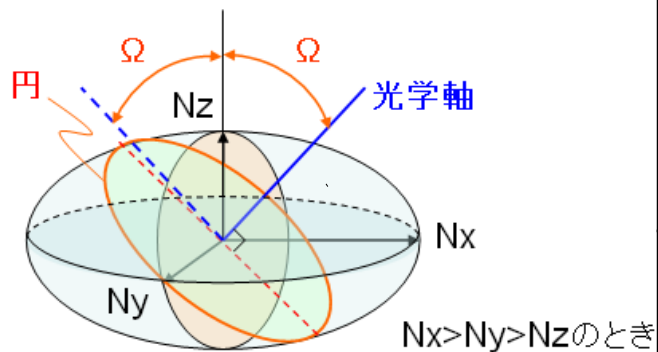
●一軸性屈折率楕円体

(光学軸が1本)

$N_x = N_y$  → Z軸が光学軸

$N_y = N_z$  → X軸が光学軸

$N_x = N_z$  → Y軸が光学軸



赤い線は $N_x$ を傾斜中心軸にしたとき

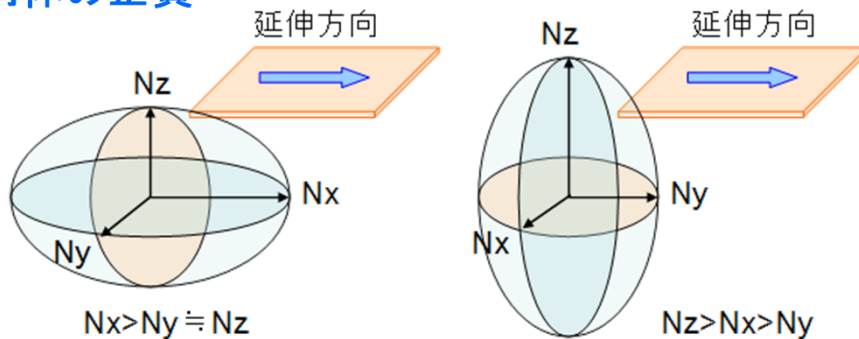
青い線は $N_y$ を傾斜中心軸にしたとき

●二軸性屈折率楕円体 (光学軸が2本)

屈折率の大小関係	光軸面	屈折率楕円体	Reの入射角依存性
$N_x > N_y > N_z$	X-Z		
$N_x > N_z > N_y$	X-Y		
$N_z > N_x > N_y$	Y-Z		

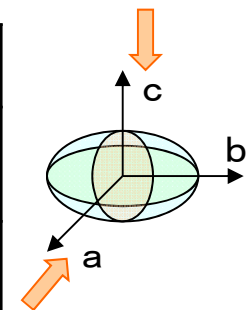
# 屈折率楕円体の種類

## 屈折率楕円体の正負



分子鎖 //  $N_x \Rightarrow$  正の複屈折性  
分子鎖  $\perp N_x \Rightarrow$  負の複屈折性

屈折率楕円体の形	3つの屈折率の大小	$N_e$	$N_o$		屈折率楕円体の正負
ラグビーボール型	$N_x > N_y = N_z$ $N_z > N_x = N_y$	$N_x$ $N_z$	$N_y$ $N_x$	aプレート cプレート	正 ( $N_e > N_o$ )
アンパン型	$N_x = N_y > N_z$ $N_z = N_x > N_y$	$N_z$ $N_y$	$N_x$ $N_z$	cプレート aプレート	負 ( $N_e < N_o$ )

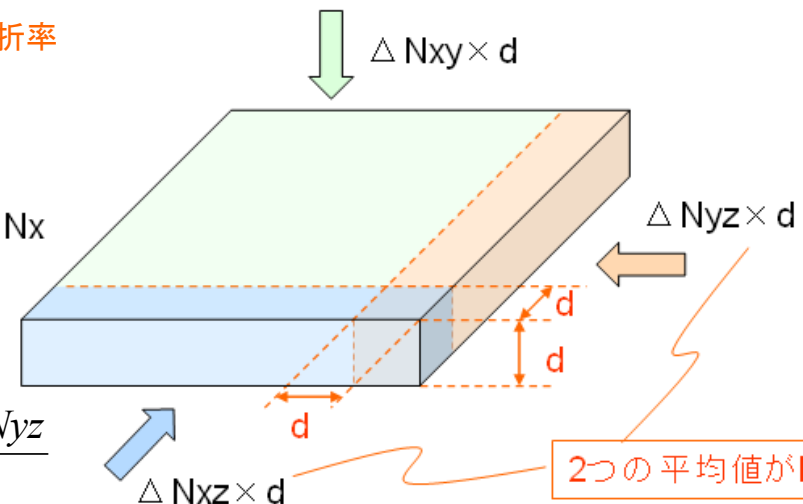
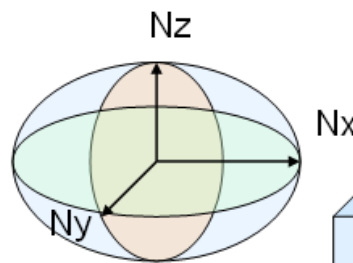


※  $N_e$ : 異常光屈折率、 $N_o$ : 常光屈折率

## 厚さ方向レターション Rth

$$Rth = \Delta P \times d$$

$$\Delta P = \frac{N_x + N_y}{2} - N_z = \frac{(N_x - N_z) + (N_y - N_z)}{2} = \frac{\Delta N_{xz} + \Delta N_{yz}}{2}$$



# 位相差の波長分散特性

## 6波長での位相差測定値を近似式で外挿

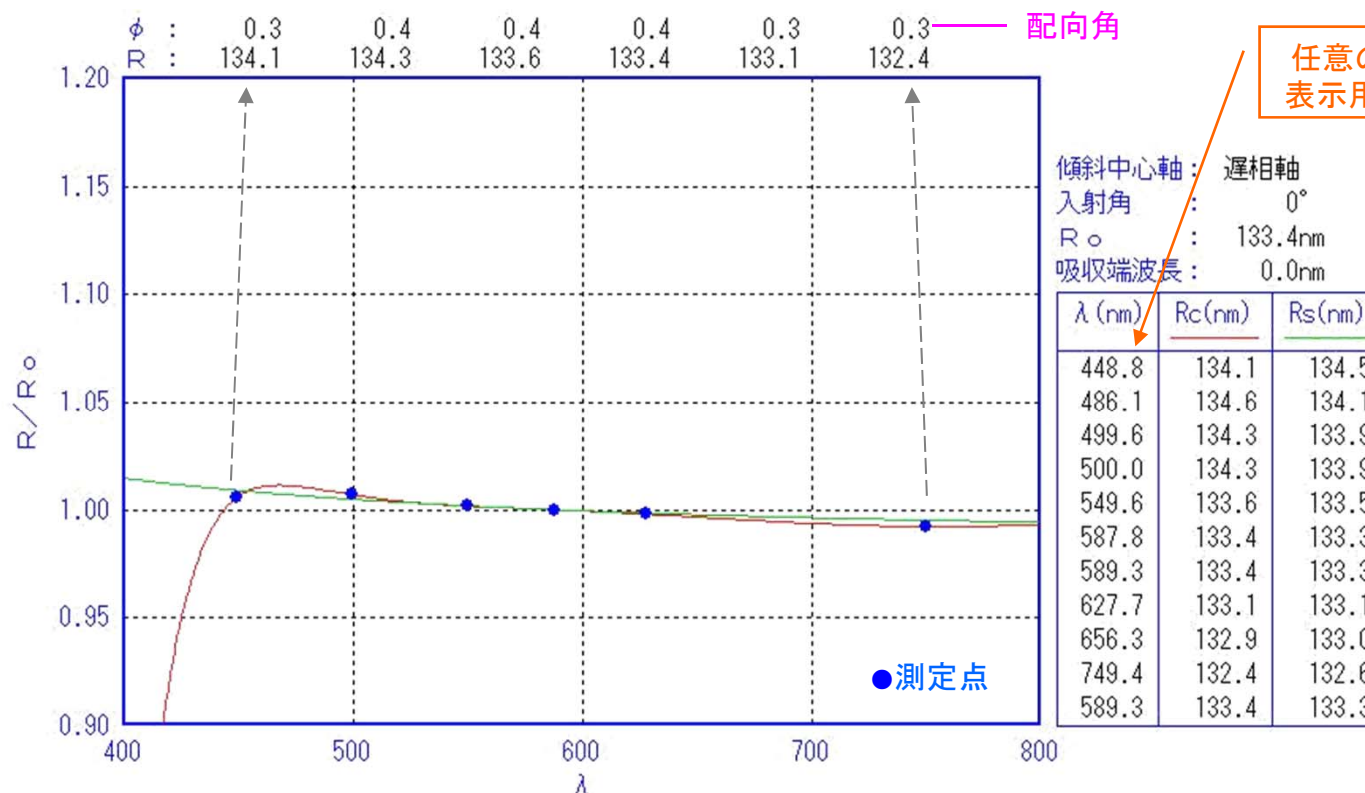
2つの波長分散近似式

$$R_c = a + \frac{b}{\lambda^2} + \frac{c}{\lambda^4} + \frac{d}{\lambda^6}$$

$$R_s = a + \frac{b}{\lambda^2 - c^2}$$

c : 吸収短波長

※  $R_c$  は多項式のため必ず測定点を通る曲線になるが、  
外挿部分で不自然な曲線になる場合もある



任意の5波長を  
表示用に設定可

※ 波長ごとの配向角φのバラツキに注意 (波長間の差が大きいときは層構造の可能性あり)

# 位相差の波長分散特性

## セルマイヤーの近似式の特徴

$$R_s = a + \frac{b}{\lambda^2 - c^2}$$

$c$ : 吸収端波長

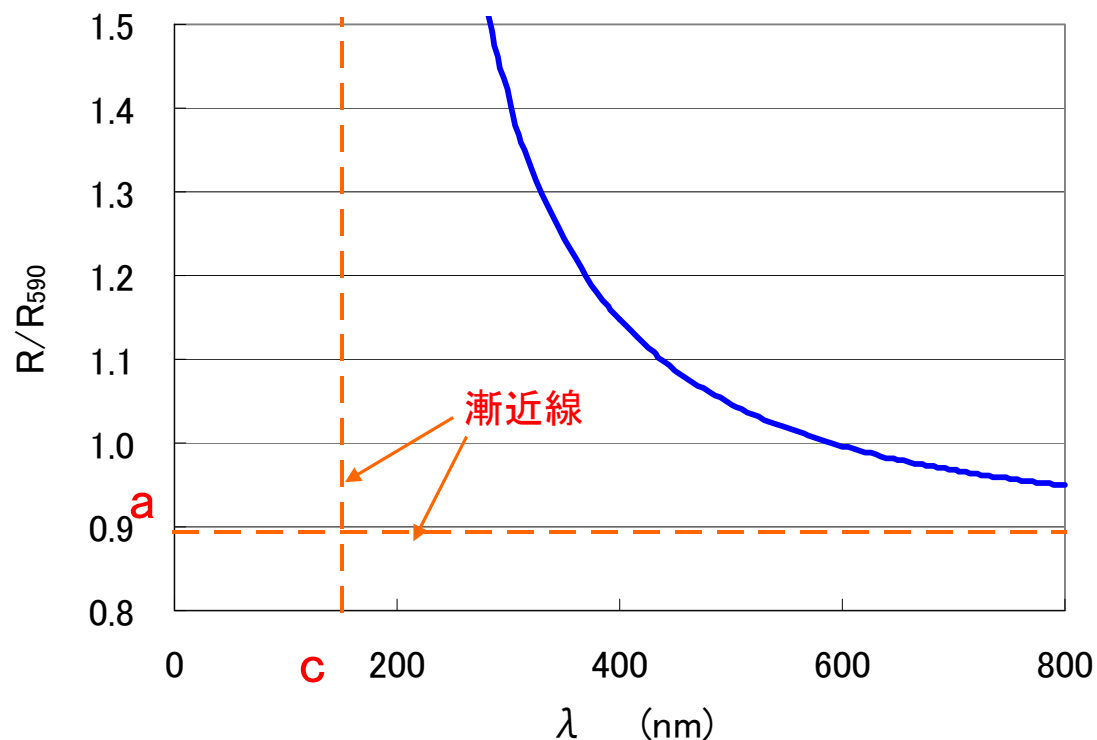
係数  $a$ ,  $b$ ,  $c$  を設定して、基準波長  $\lambda_0$  の位相差  $R(\lambda_0)$  を任意に設定して全波長の位相差を算出できる



シミュレーションに役立つ

$$R(\lambda) = \frac{a + \frac{b}{\lambda^2 - c^2}}{a + \frac{b}{\lambda_0^2 - c^2}} \cdot R(\lambda_0)$$

波長分散比率

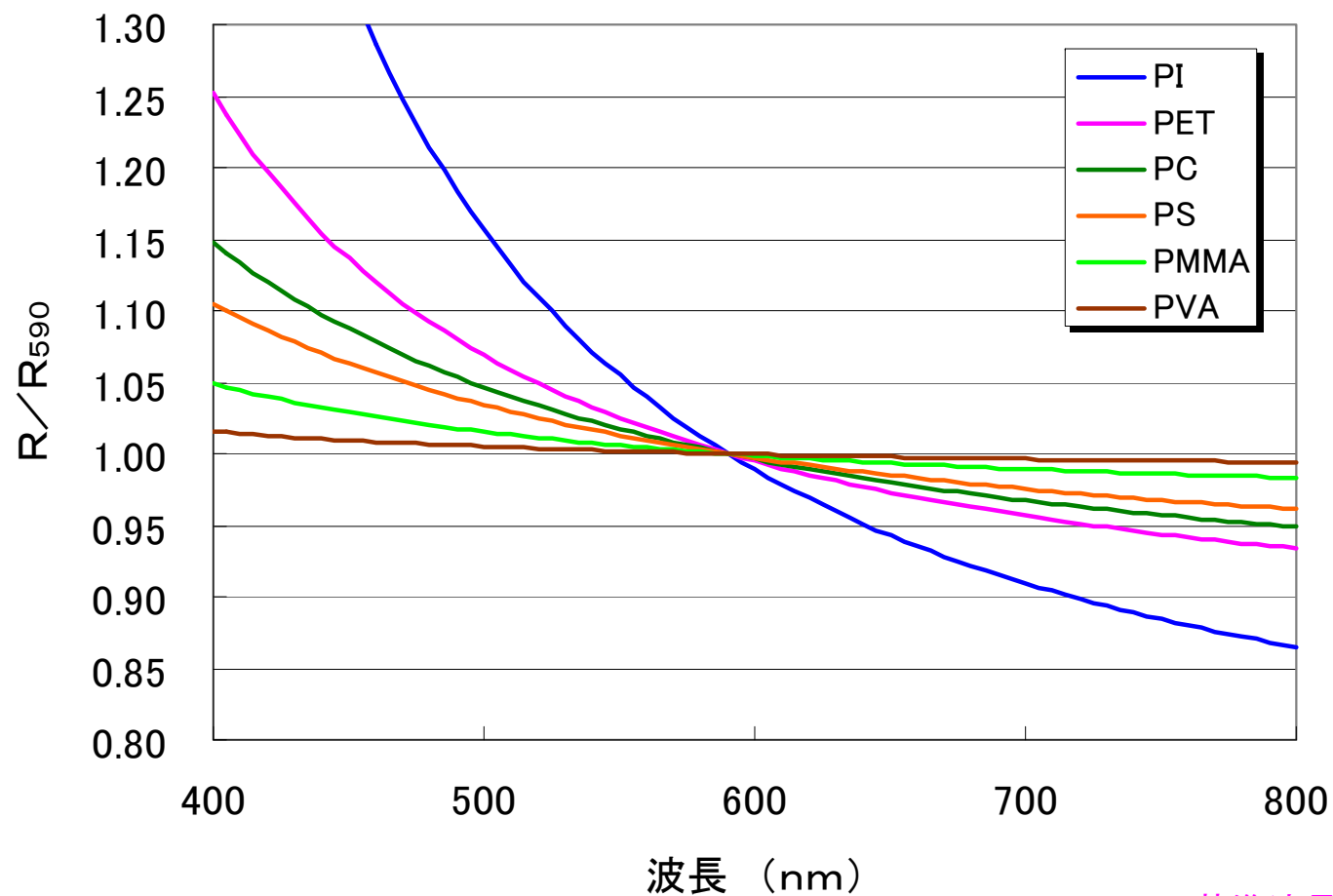


材質	吸収端波長(nm)
PC、PS	150~250
PET	250~300
PI	300~350

# 各種材料の位相差の波長分散特性

## 位相差の重要な特徴

位相差の波長分散比率は位相差の絶対値によらず材料ごとにほぼ1本の曲線上にのる



基準波長=590nm



# 位相差の波長分散特性の利用

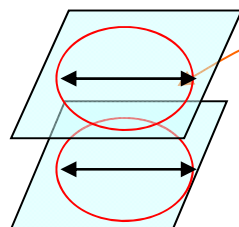
## 相加・相減現象を利用した波長分散特性の設計

積層、ポリブレンド、共重合、ナノコンポジット 等

フィルム2枚の積層の場合

相加：Nx軸が平行

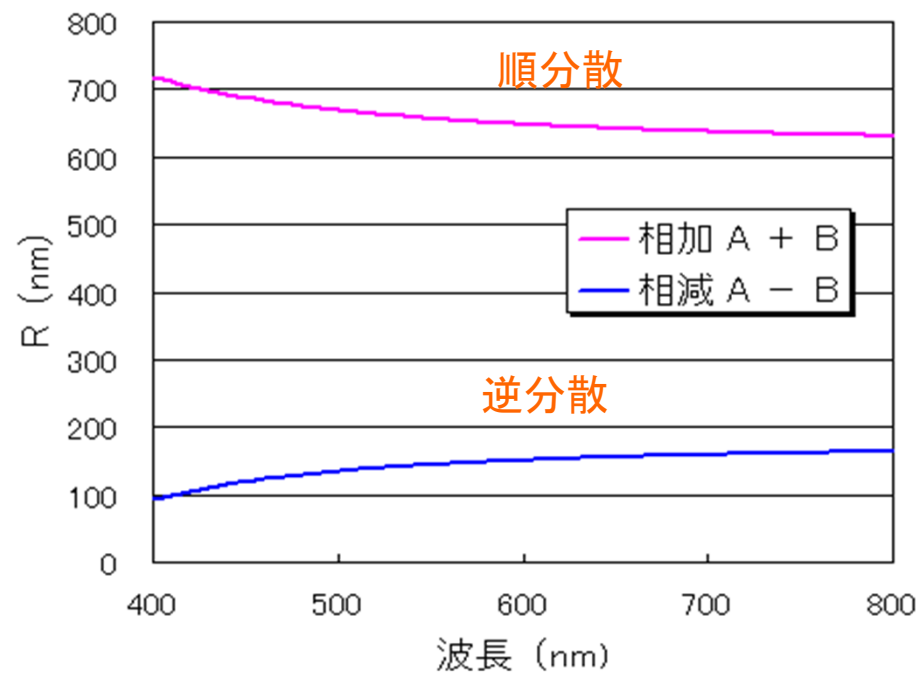
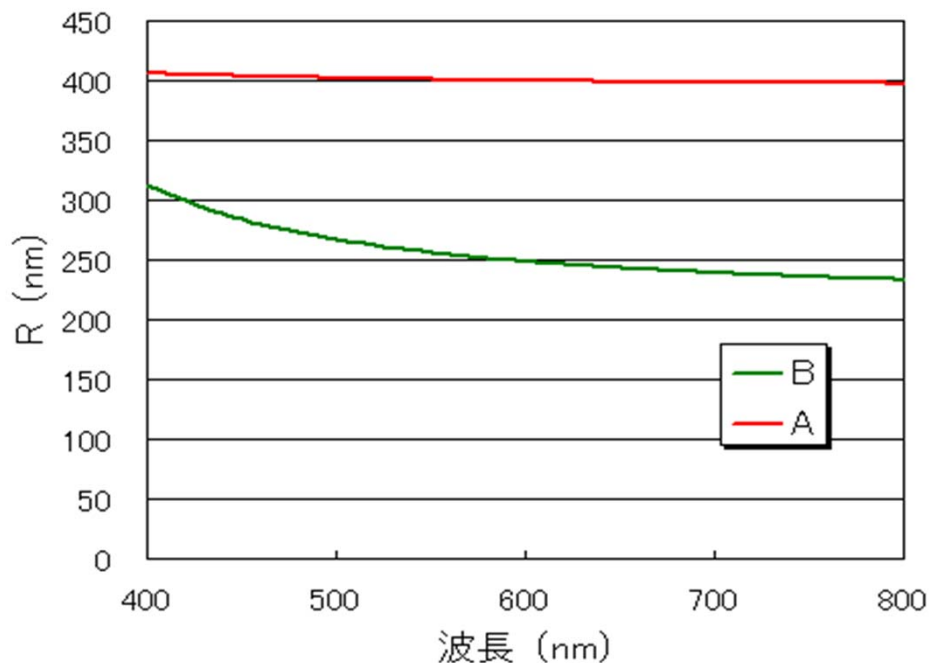
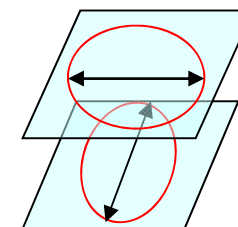
$$R=R1+R2$$



屈折率楕円

相減：Nx軸が直交

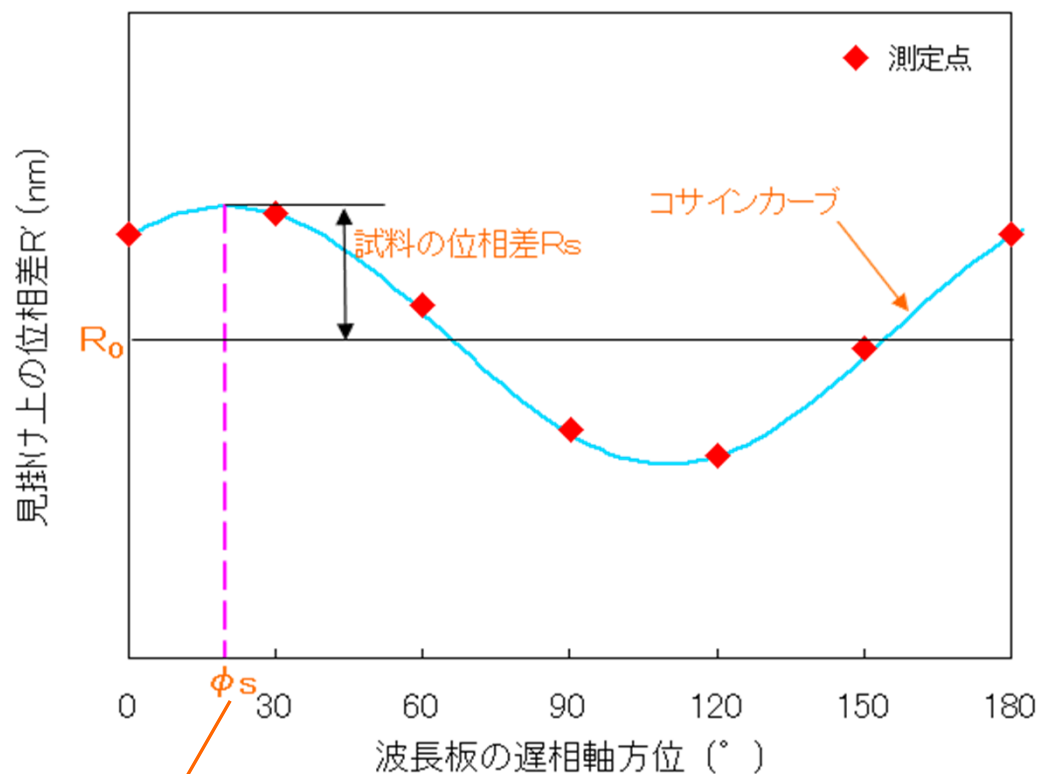
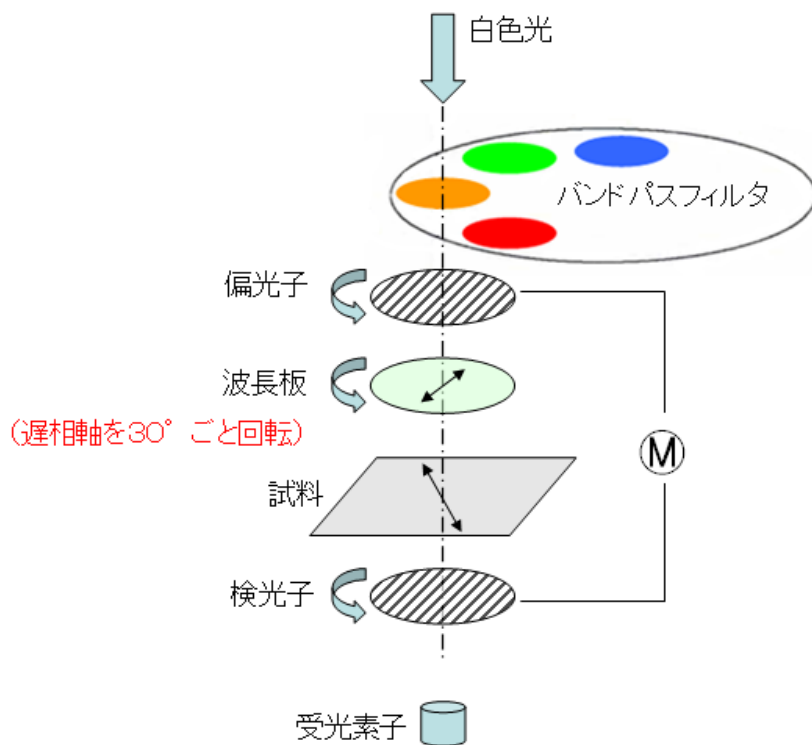
$$R=|R1-R2|$$



# 低位相差の測定方法

## 1) 波長板回転法

波長板の方位を変えながら試料との重ね合わせ測定  $\Rightarrow R'$   $\Rightarrow R'$  をコサインカーブ近似



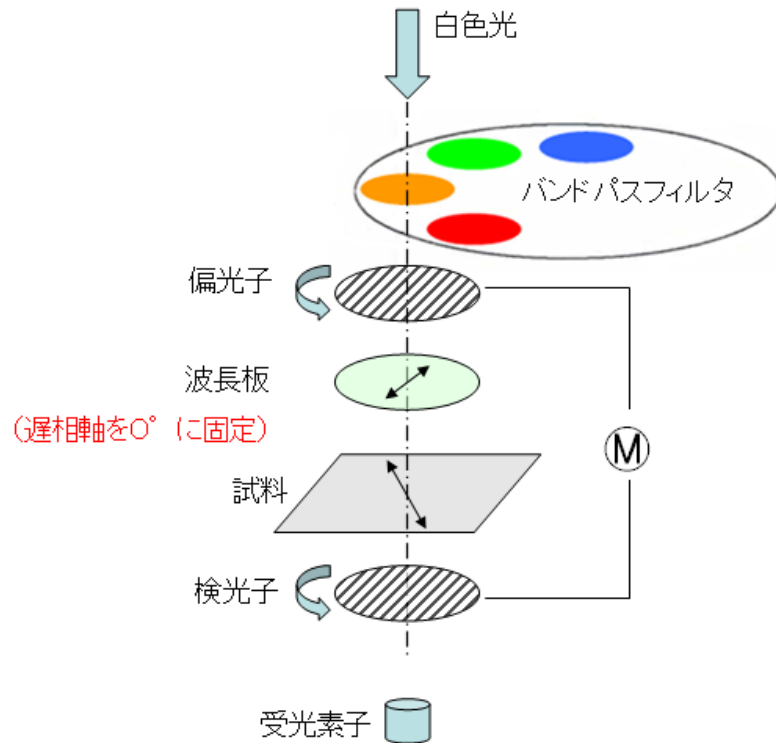
最後に波長板の遅相軸を  $\phi_s$  に一致させて重ね合わせ測定を行う

※  $R_0$ : 波長板の位相差

# 低位相差の測定方法

## 2) 波長板固定法

固定した波長板と試料との重ね合わせ測定  $\Rightarrow$   $R'$ 、 $\phi'$  (見かけ上の値)



試料の位相差  $R_s = \sqrt{(R' - R_0)^2 + D^2 \cdot \phi'^2}$

試料の配向角  $\phi_s = \frac{1}{2} \cos^{-1} \frac{R' - R_0}{R_s}$

※ D : 装置定数

※  $R_0$  : 波長板の位相差

Dの値は事前にフィルム2枚積層のシミュレーションで決定

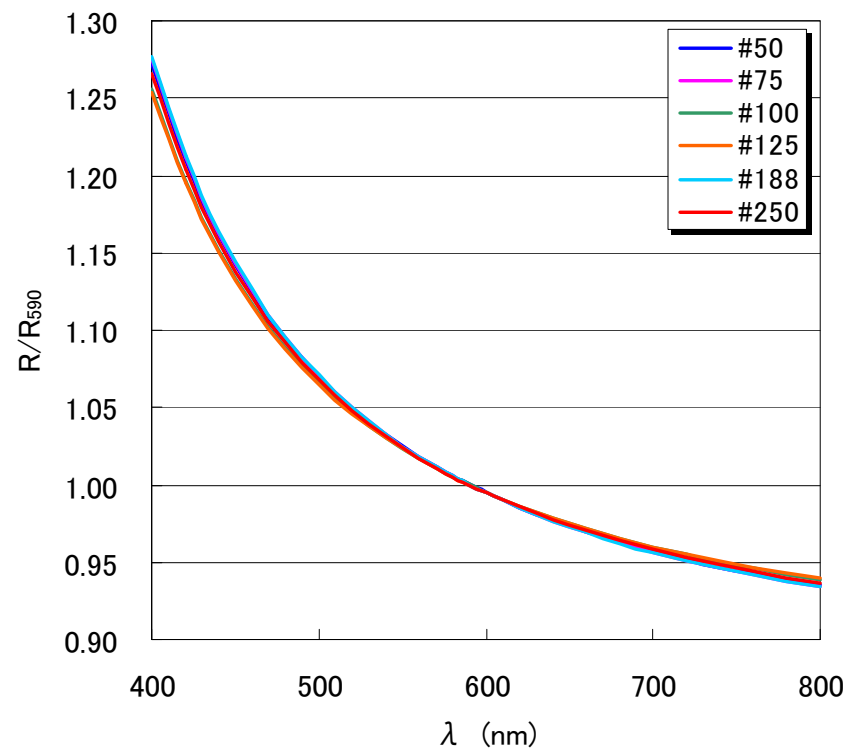
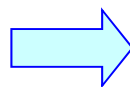
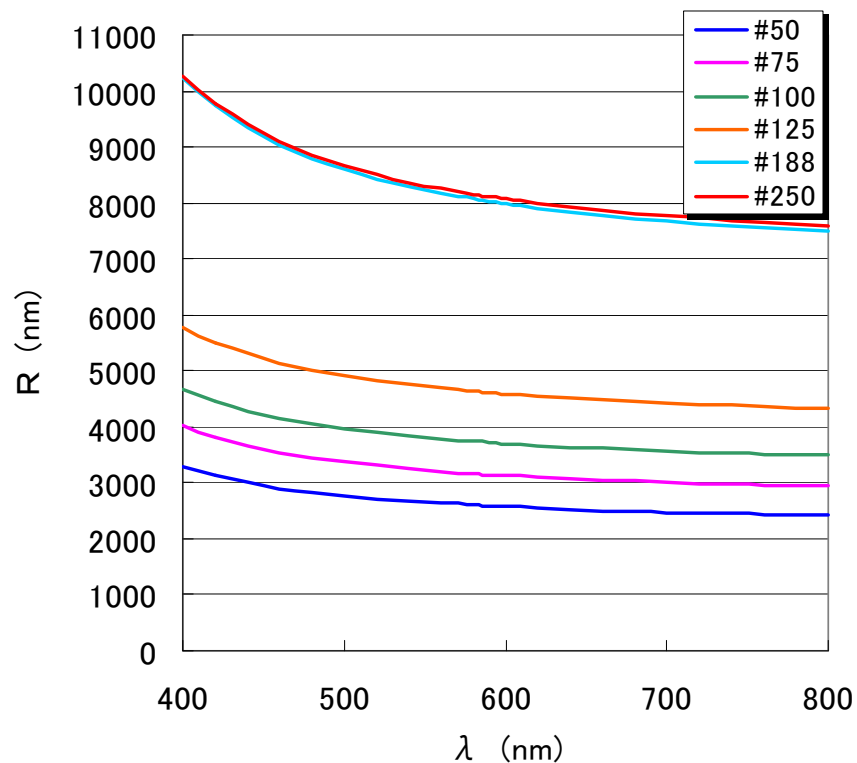
※ 偏光子・検光子は1回転するのみ  $\Rightarrow$  短時間測定  $\Rightarrow$  オンライン計測にも適応可

# 高位相差の測定方法

6つの波長での位相差を測定し、**予め登録しておいた波長分散比率**に合う位相差の組み合わせを見つけ出す方法（5000nm程度まで）

※位相差5000nm以上の超高位相差は平行ニコル分光法で対応 PAM-UHR100

※ 試料はPETフィルム



※ 位相差の絶対値が異なっていても同一材料であれば位相差の分散比率はほぼ一本の曲線になる

# 配向関数

## ●一軸延伸のとき

配向関数  $f = \frac{3 \langle \cos^2 \theta \rangle - 1}{2}$

$f=0$  : 無配向、 $f=1$  : 完全配向

$f=1$  のときの複屈折  $\Delta n^0 \Rightarrow$  固有複屈折

$$f = \frac{\Delta n}{\Delta n^0}$$

ただし、 $\Delta n = N_x - \frac{N_y + N_z}{2}$

## ●二軸延伸のとき

面配向性  $\frac{\Delta P}{\Delta P^0}$

ただし、 $\Delta P = \frac{N_x + N_y}{2} - N_z$  : 面配向係数(面配向度)

## 固有複屈折 ※1

材質	$\Delta n^0$
PS	-0.10
PMMA	-0.004
PVC	0.010
PP	0.04
PE	0.052
Ny-6	0.083
PC	0.106
PET	0.22
PPO	0.21
PEEK	0.34

## 二軸延伸フィルムの面配向度 ※2

材質	$\Delta P^0$	$\Delta P / \Delta P^0$ (%)
PET	$0.40 \geq$	$40 \leq$
Ny-6	$0.09 \geq$	60
PP	0.02	60
PVC	0.005	65

# 配向関数と配向係数

3方向の配向係数の数値を右図のような Desper の正三角形の図表にプロットする



配向状態を直感的に把握できる

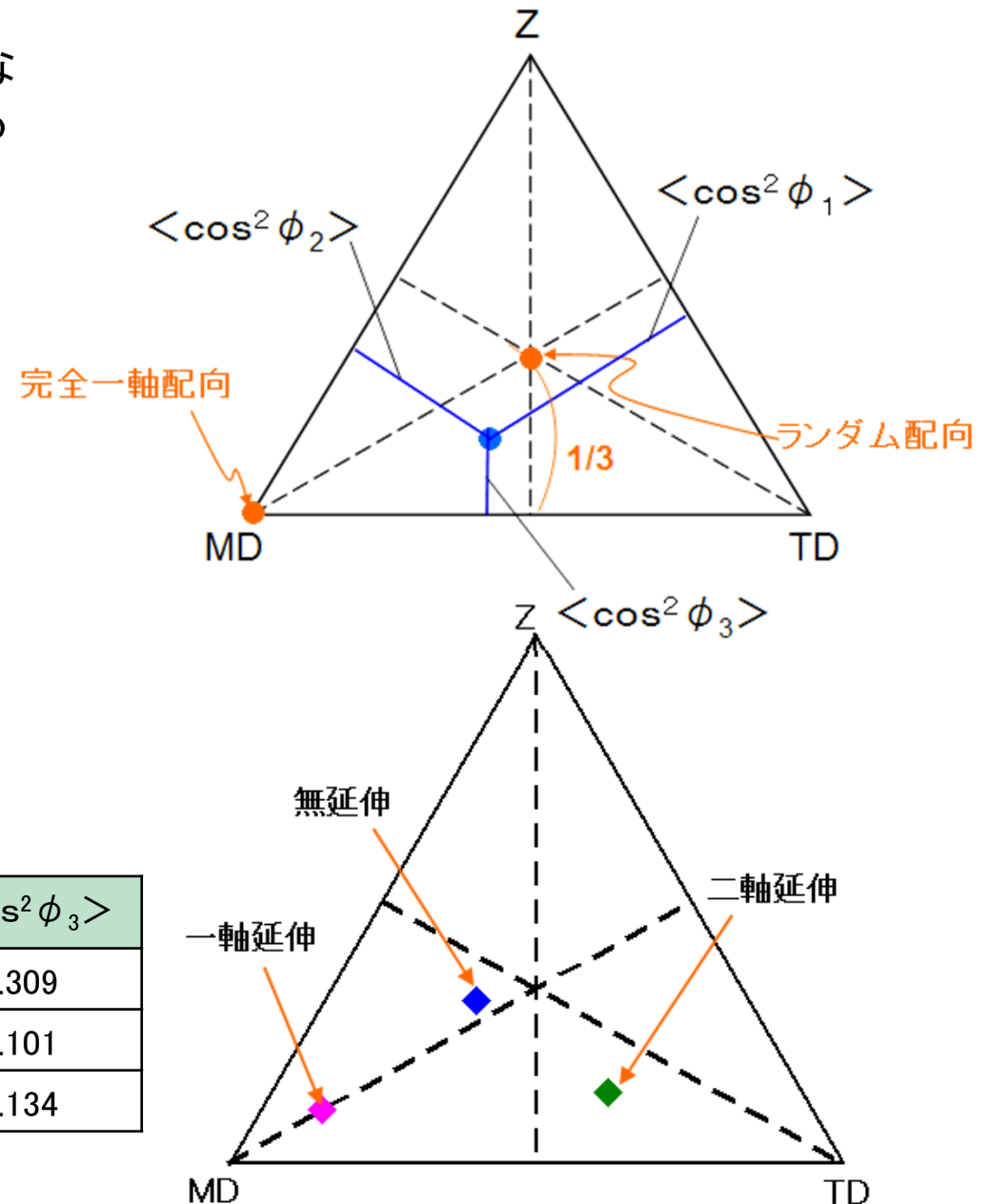
3方向の配向係数

$$f_i = \frac{3 \langle \cos^2 \phi_i \rangle - 1}{2}$$

$\langle \cos^2 \phi_i \rangle$  : 配向係数

前述のPPフィルムの配向係数

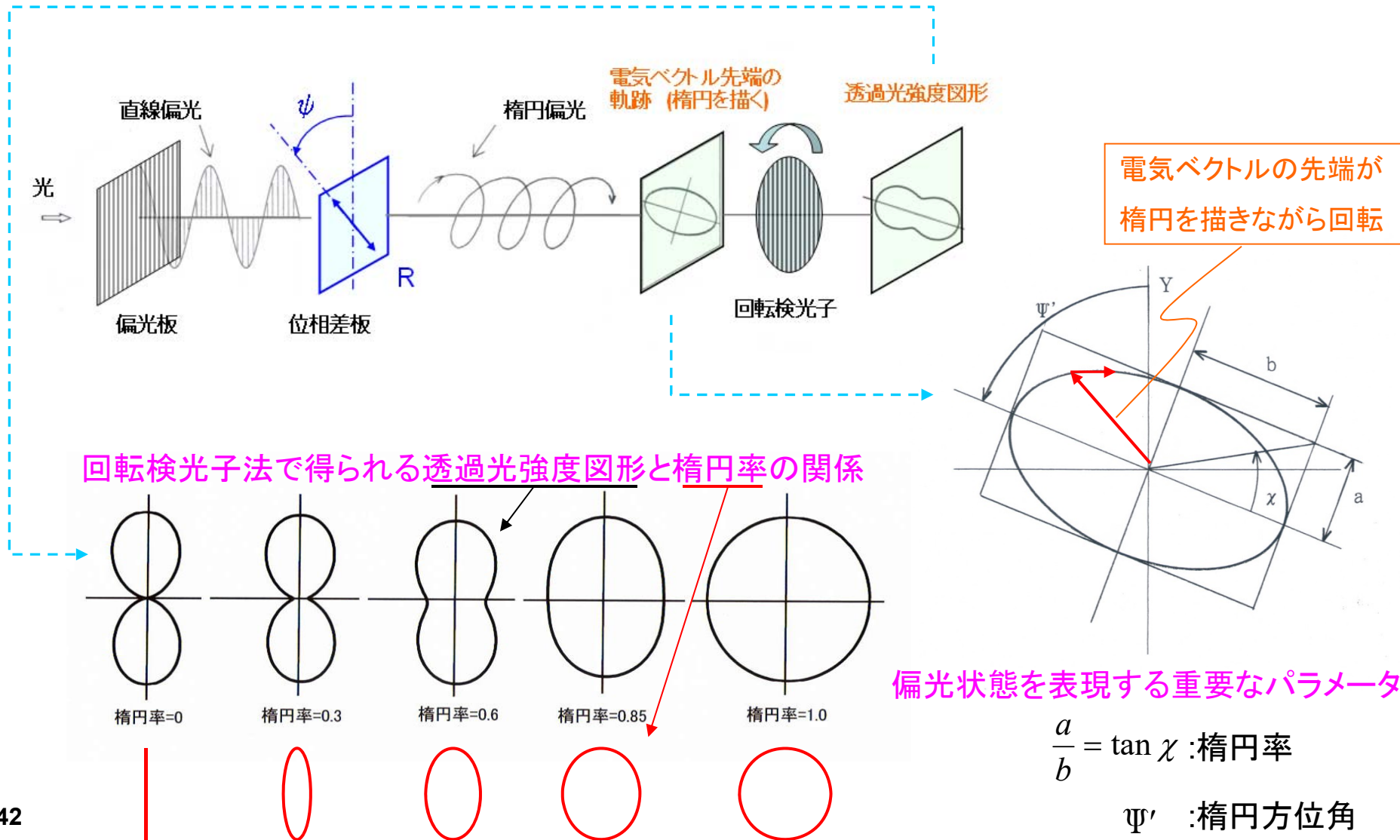
	$\langle \cos^2 \phi_1 \rangle$	$\langle \cos^2 \phi_2 \rangle$	$\langle \cos^2 \phi_3 \rangle$
無延伸	0.367	0.324	0.309
一軸延伸	0.795	0.104	0.101
二軸延伸	0.242	0.624	0.134





# 楕円偏光

位相差板に直線偏光（単色光で考える）が入射すると透過光は楕円偏光になる



# 楕円偏光の測定方法

測定手順(自動制御)

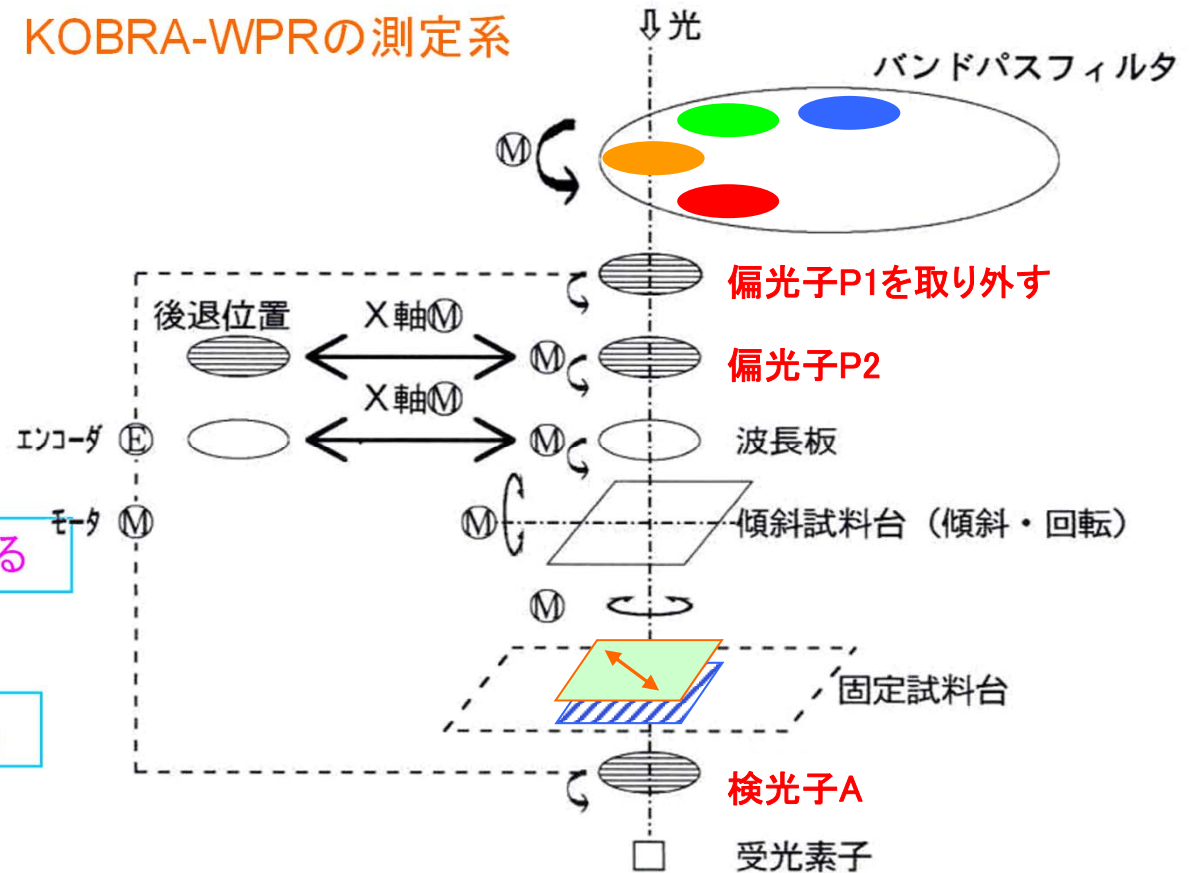
偏光子P1を取り外す(手動)

回転検光子法で $\phi_p$ を決定

検光子Aの透過軸を $\phi_p$ に合わせる

偏光子P2を測定系に出して1回転

## KOBRA-WPRの測定系



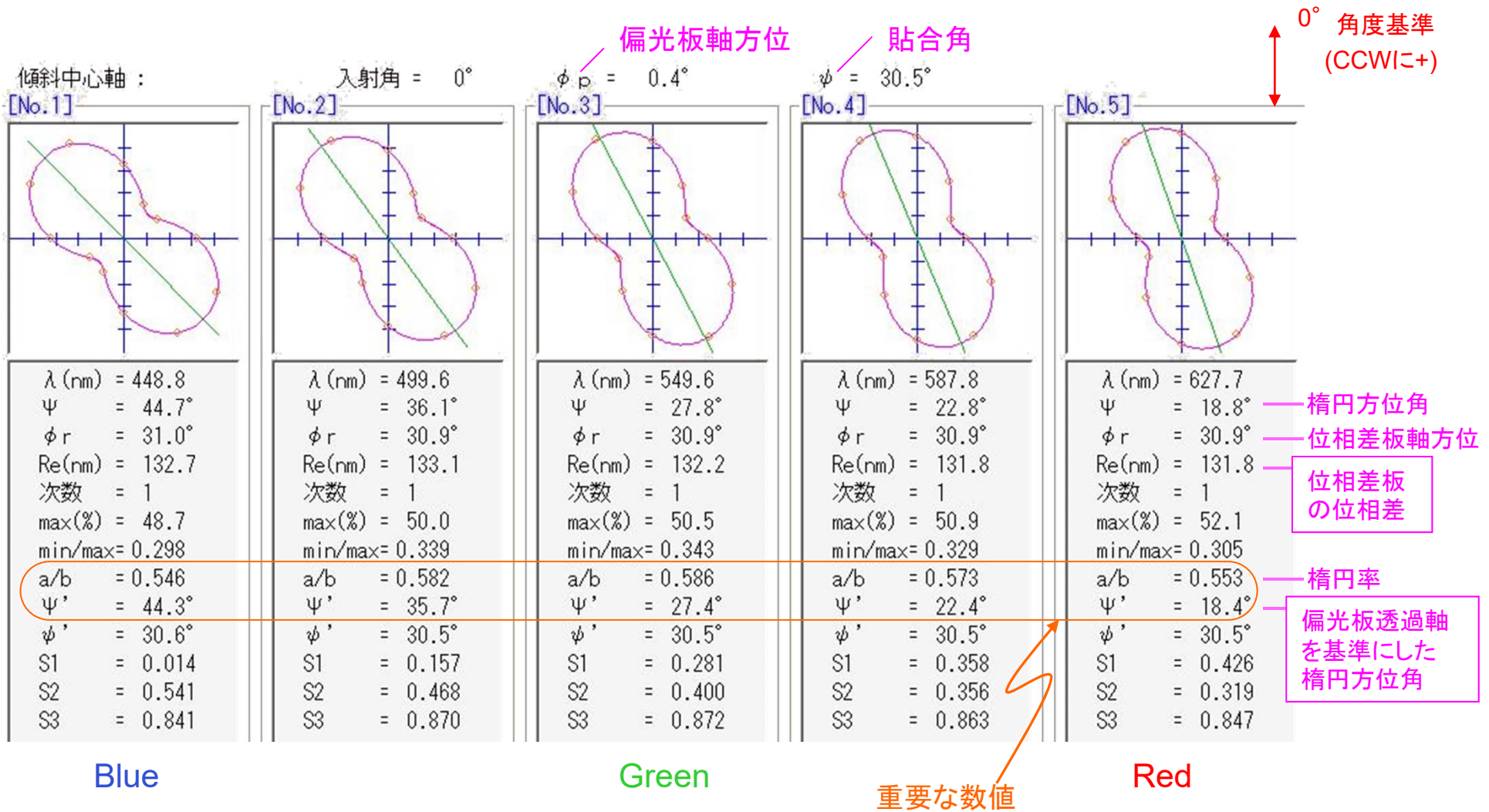
## 回転偏光子法 の透過光強度の表現式

$$I(\theta) = I_0 \left\{ \cos^2 \psi \cos^2 (\theta - \phi_p - \psi) + \sin^2 \psi \sin^2 (\theta - \phi_p - \psi) - \frac{1}{2} \cdot C \cdot \sin 2\psi \sin 2(\theta - \phi_p - \psi) \right\}$$

# 楕円偏光の測定例

透過光強度図形と各測定値 (5波長で測定)

測定装置: KOBRA-WPR

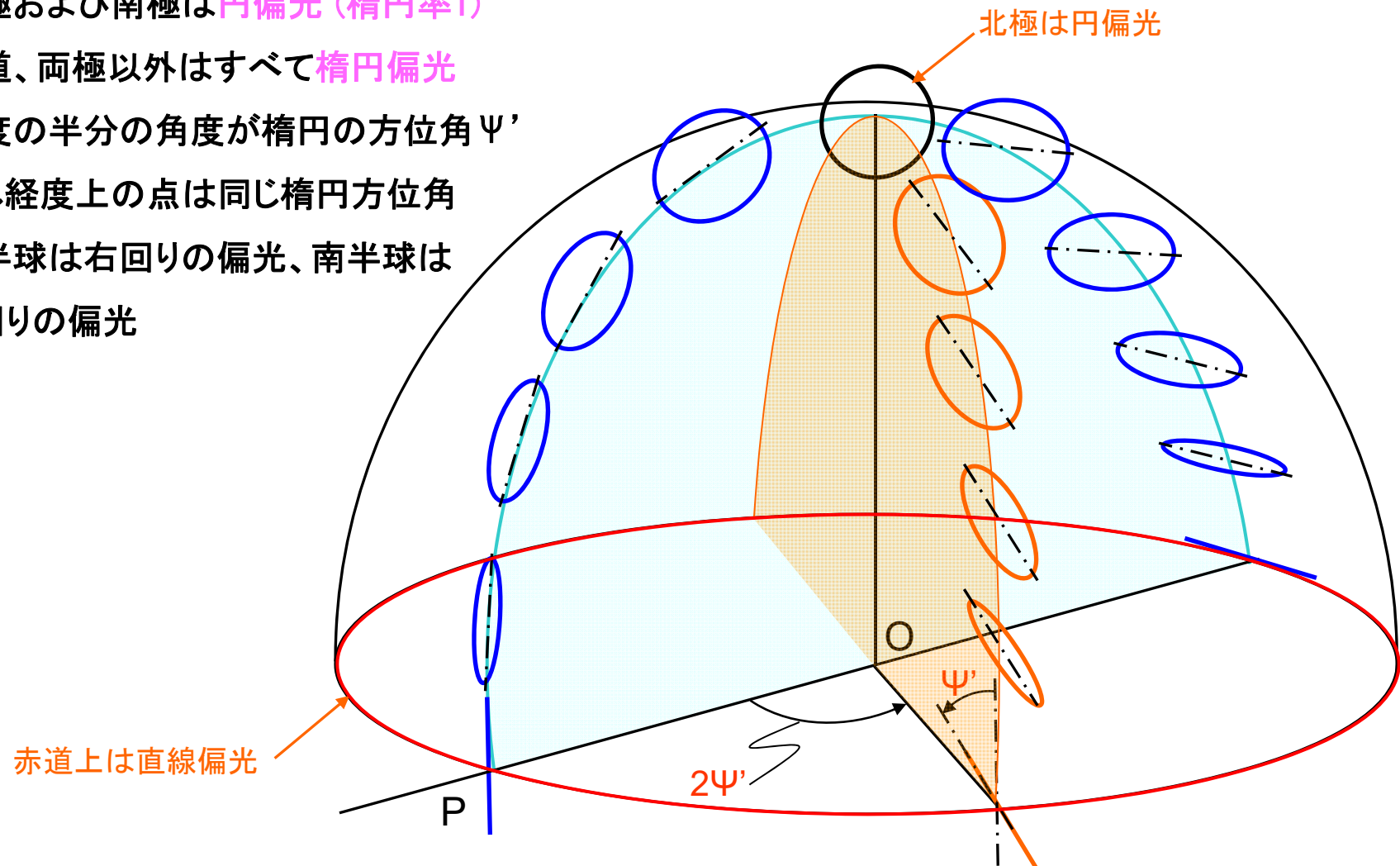


# ポアンカレ球による偏光状態の表示

## ポアンカレ球の特徴

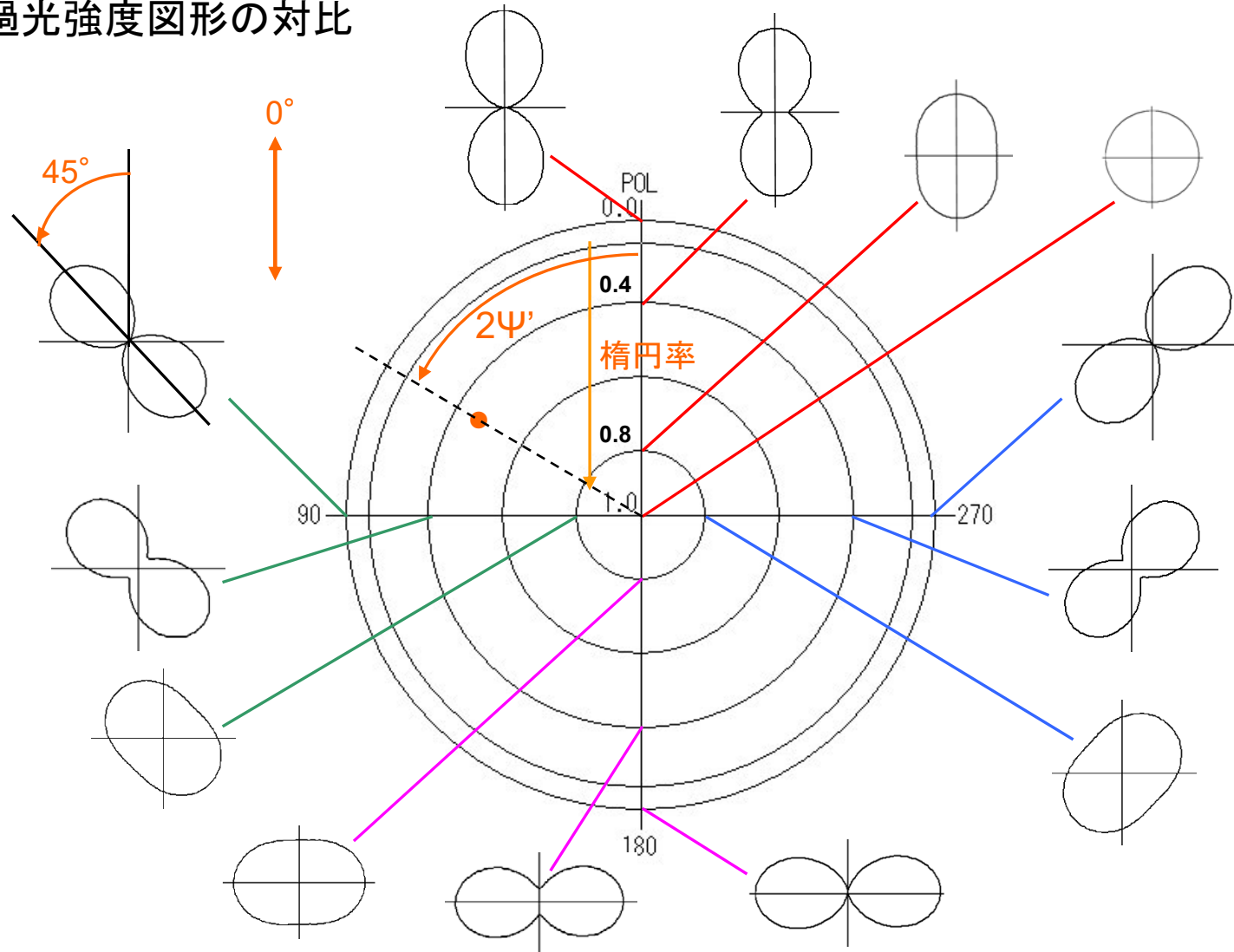
- (1) 赤道上はすべて直線偏光 (楕円率0)
- (2) 北極および南極は円偏光 (楕円率1)
- (3) 赤道、両極以外はすべて楕円偏光
- (4) 経度の半分の角度が楕円の方位角  $\Psi'$
- (5) 同じ経度上の点は同じ楕円方位角
- (6) 北半球は右回りの偏光、南半球は左回りの偏光

### ポアンカレ球上の点と楕円偏光の形の対比



# ポアンカレ球による偏光状態の表示

ポアンカレ球の球面上の点を赤道面へ投影したときの、点の座標と回転検光子法の透過光強度図形の対比





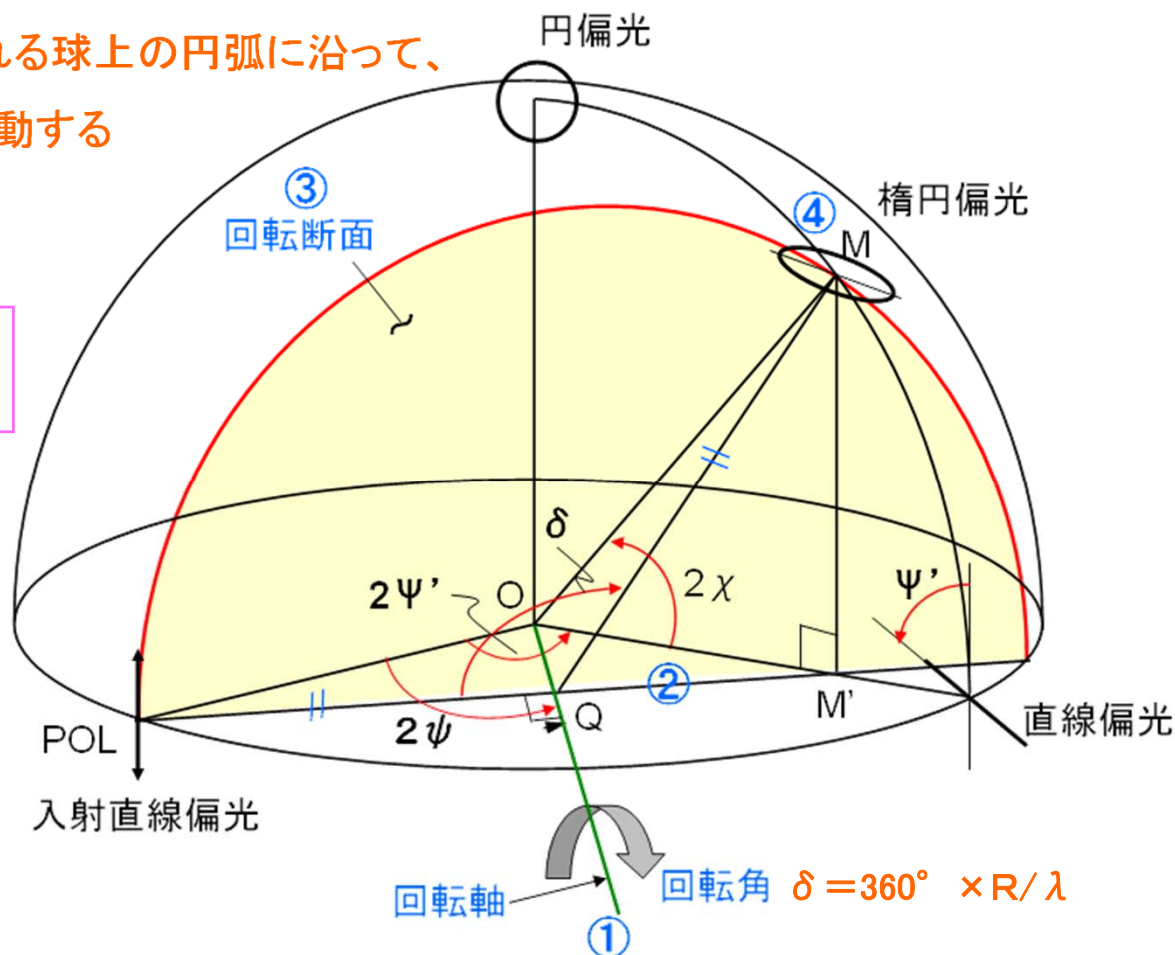
# ポアンカレ球の作図手順

## 作図手順

- ① 赤道面内で経度 $2\psi$ の方向に球の中心Oを通る線を描く（回転軸）
- ② 点POLを通り回転軸に垂直な線を赤道面に描く
- ③ ②の線を含み赤道面に垂直な断面を作る（回転断面）
- ④ 点POLを回転断面によって作られる球上の円弧に沿って、  
回転角  $\delta = 360^\circ \times R/\lambda$  だけ移動する

※ 透過光の偏光状態は位相差板の位相差Rと貼合角 $\psi$ によって決まる

位相差板は偏光変換素子の役割





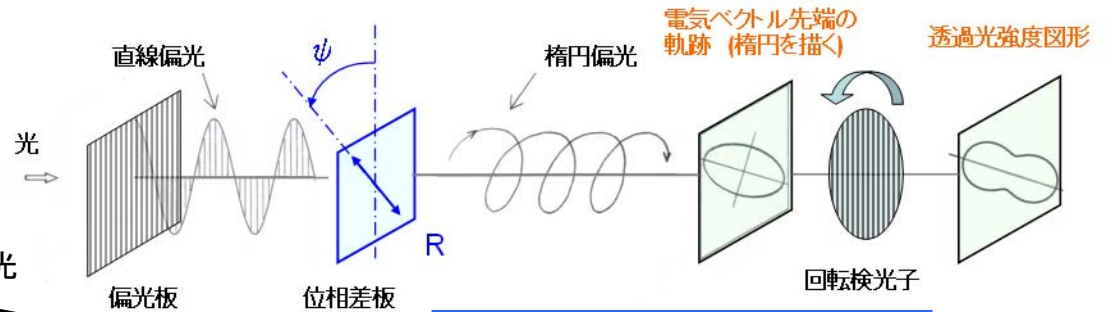
# ポアンカレ球の作図手順

条件： $\lambda = 600\text{nm}$

$\psi = 20, 30, 40, 45, 50, 60^\circ$

$R = 60, 100, 150, 200, 300 \text{ nm}$

①  $\psi$ と $R$ を1つずつ選択



② 回転軸の回転角を計算

回転軸： $2\psi = \text{[ ]}^\circ$

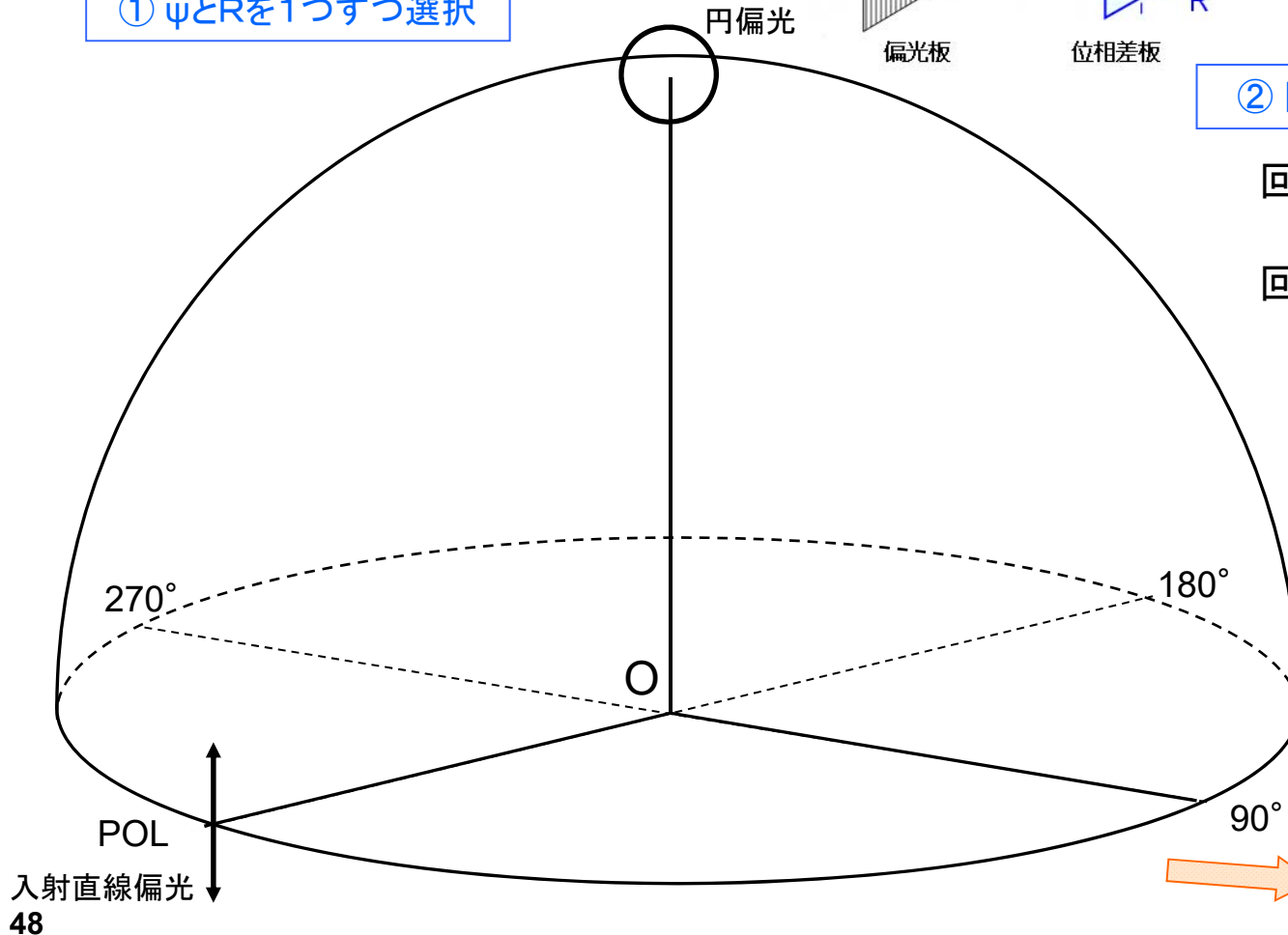
回転角：
$$\delta = \frac{360^\circ \times R}{\lambda}$$

$$= \frac{360^\circ \times \text{[ ]}}{\text{[ ]}}$$

$$= \text{[ ]}^\circ$$

③ 左図を作図

④ ポアンカレ球赤道面の図を描く

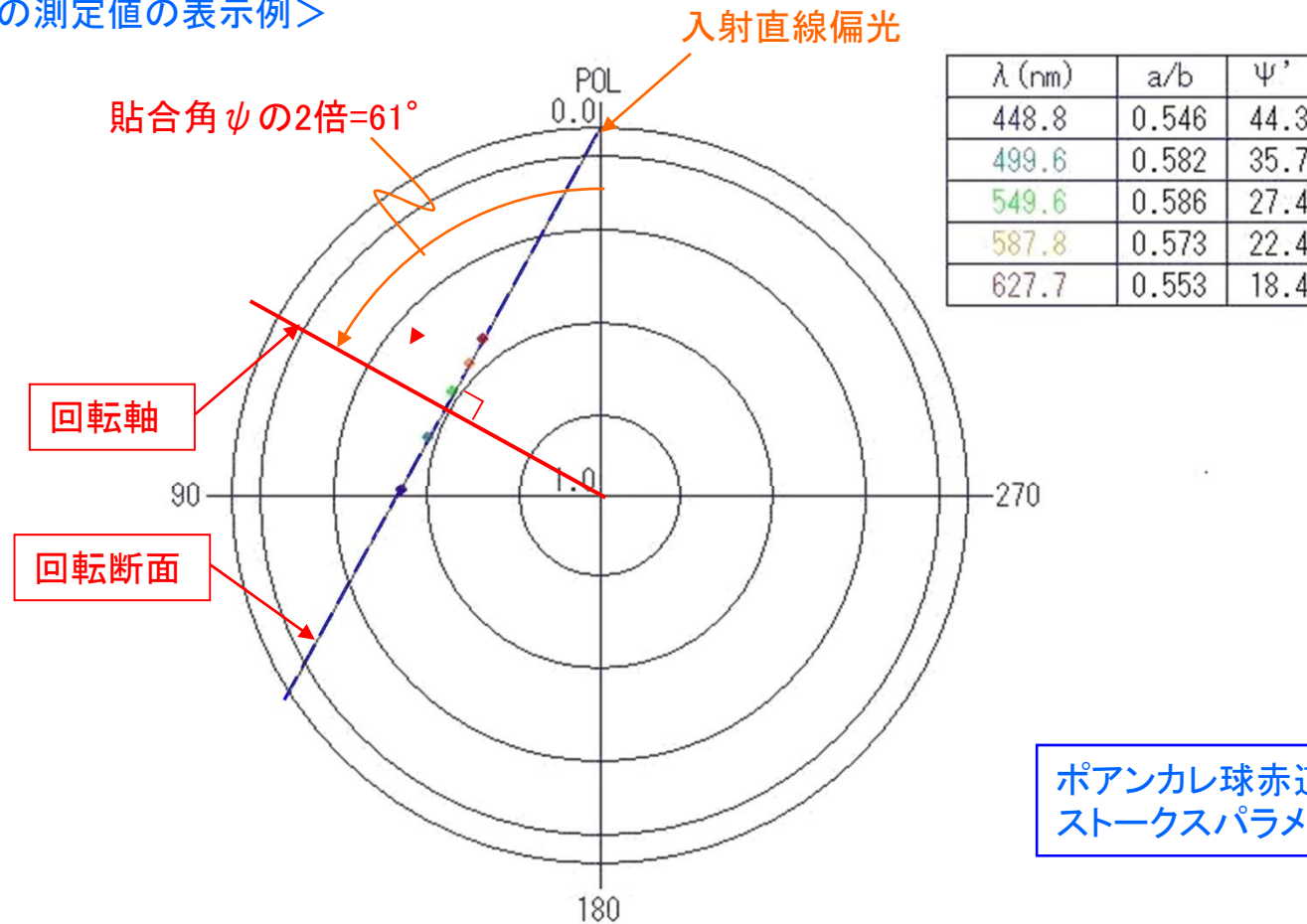


# ポアンカレ球赤道面の図

測定した偏光状態をポアンカレ球の赤道面への正射影として表現

測定装置: KOBRA-WPR

<p. 44の測定値の表示例>



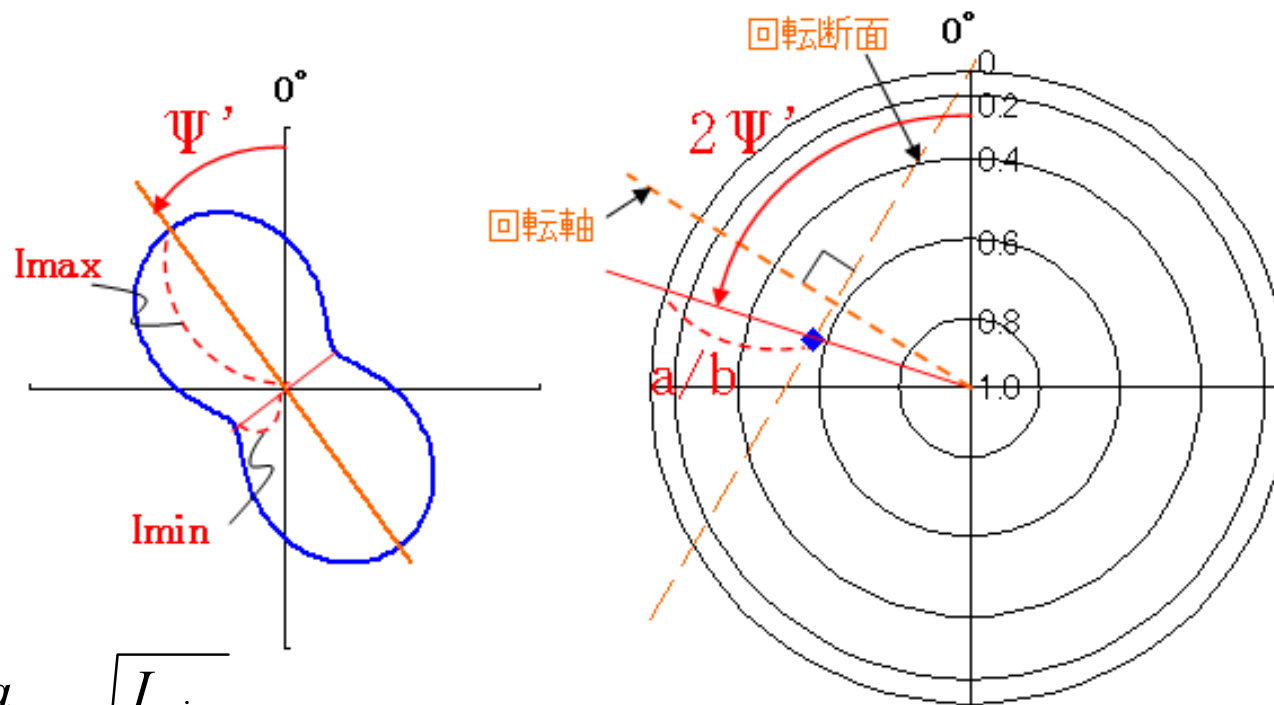
※ 位相差板が1枚のときは5波長の点が点POLを通る直線上に並ぶのが特徴

# 透過光強度図形とポアンカレ球赤道面の点

ポアンカレ球上の点の位置から位相差板の位相差Rと貼合角 $\psi$ が算出できる

直線偏光入射+回転検光子法...Rの範囲は $\lambda/2$ 以下

円偏光入射+回転検光子法.....Rの範囲は $\lambda/4$ 以下

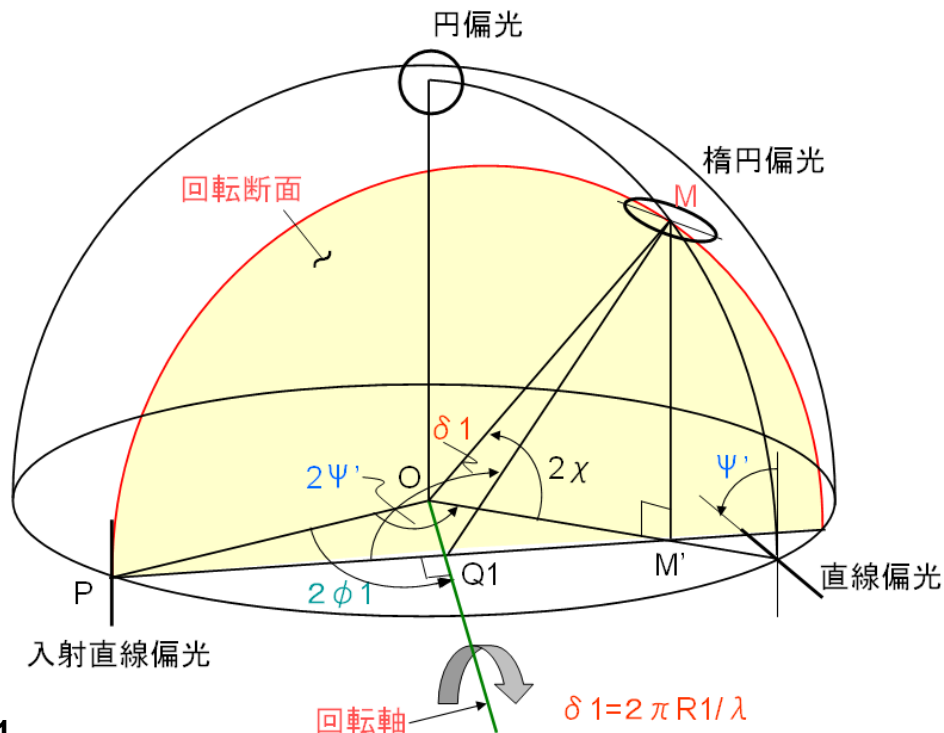


$$\text{楕円率} : \frac{a}{b} = \sqrt{\frac{I_{min}}{I_{max}}}$$

# 偏光板+位相差板2枚のときのポアンカレ球上の点の移動

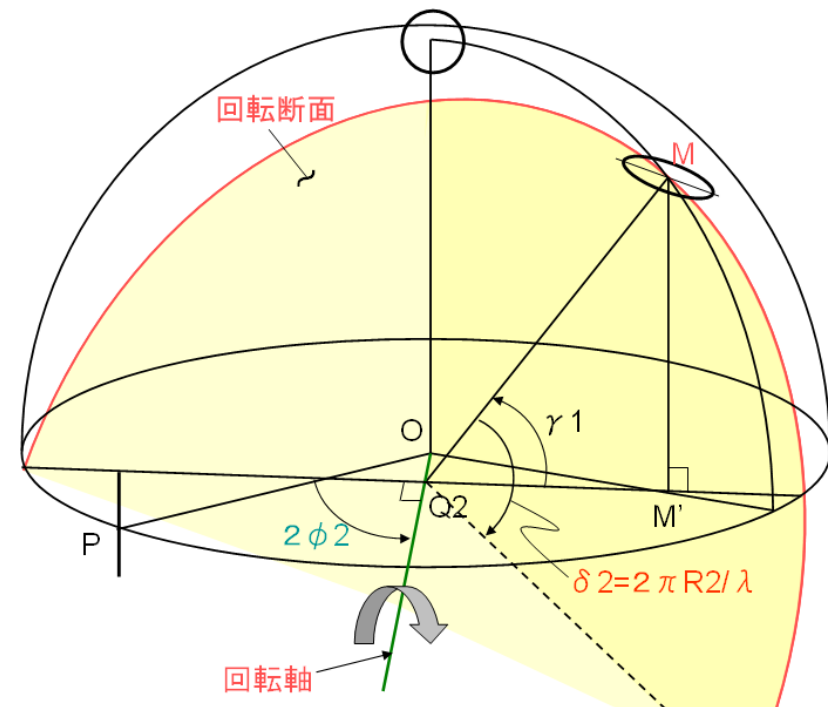
## 1枚目の位相差板(R1, $\phi_1$ )による直線偏光点Pの移動

- ①Pから経度 $2\phi_1$ の位置に位相差板の軸を描く
- ②点Pから①で描いた位相差板の軸に対して直角な回転断面を作る
- ③②の回転断面に沿って点Pを角度 $\delta_1$ だけ回転した点をMとする



## 2枚目の位相差板(R2, $\phi_2$ )による楕円偏光点Mの移動

- ①Pから経度 $2\phi_2$ の位置に位相差板の軸を描く
- ②点Mの赤道面への正射影の点を通りかつ①の位相差板の軸に対して直角な回転断面を作る
- ③②の回転断面に沿って点Mを角度 $\delta_2$ だけ回転する  
回転断面内の点Mの角度 $\gamma_1$ と $\delta_2$ によって移動後の点が決まる



# ストークスパラメータ

ポアンカレ球上の点を直交座標系に変換して表現

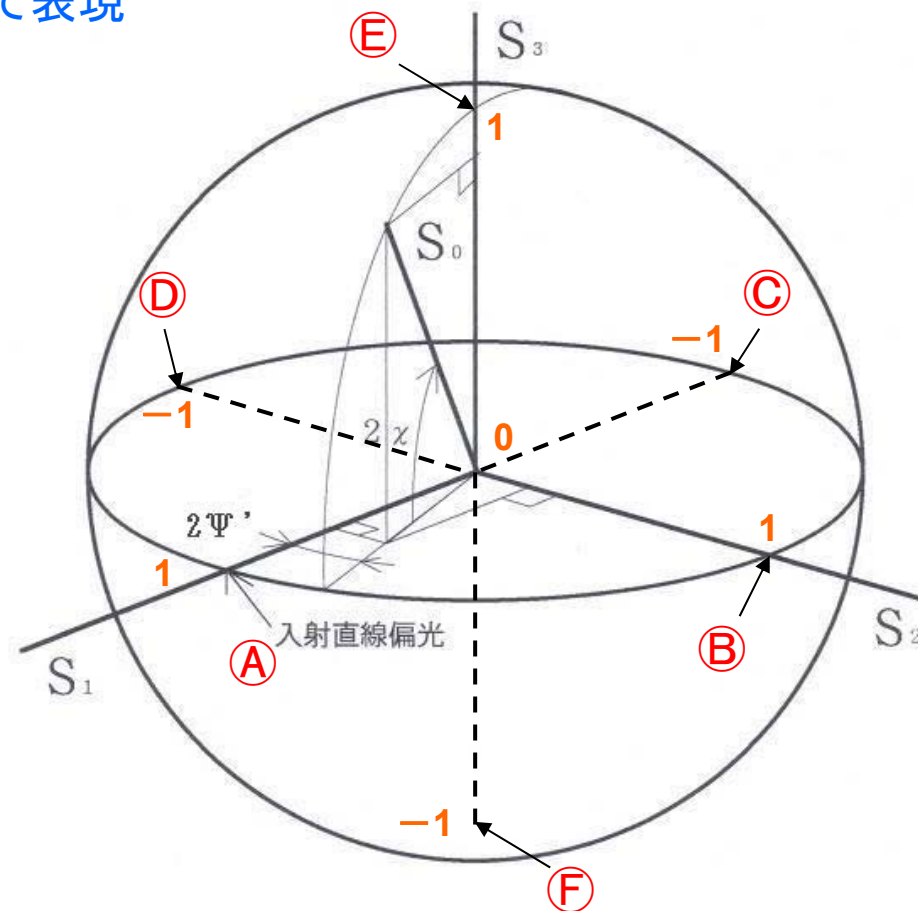
$$S_1 = S_0 \cos 2\chi \cos 2\Psi'$$

$$S_2 = S_0 \cos 2\chi \sin 2\Psi'$$

$$S_3 = S_0 \sin 2\chi$$

※  $S_0=1$  として正規化

$S_1$	$S_2$	$S_3$	偏光状態
1	0	0	Ⓐは方位 $0^\circ$ の直線偏光
0	1	0	Ⓑは方位 $45^\circ$ の直線偏光
-1	0	0	Ⓒは方位 $90^\circ$ の直線偏光
0	-1	0	Ⓓは方位 $135^\circ$ の直線偏光
0	0	1	Ⓔは右回りの円偏光
0	0	-1	Ⓕは左回りの円偏光



ただし、方位は入射直線偏光の透過軸を基準 $0^\circ$  として表現