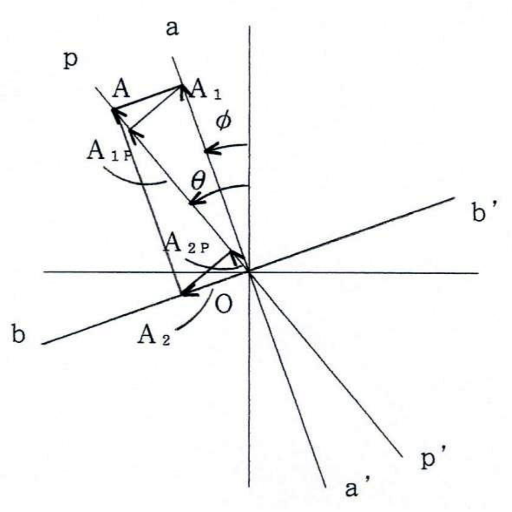
3.KOBRAの測定原理　（平行ニコル回転法）

1） 透過光量I(θ)の導出

平行ニコル状態の 2 枚の偏光板の間にフィルムを置いたとき、全体を透過する光量I(θ)について考えます。



pp'；偏光子、検光子の透過軸方向
aa'；フィルムの遅相軸
bb'；フィルムの進相軸
φ　；フィルムの遅相軸方位(配向角)
θ　；偏光子・検光子の回転角

図１　平行ニコル時の直線偏光の分解

偏光子を透過した振幅 A の直線偏光は、フィルム中では互いに直交(aa'と bb')する２つの直線偏光に分解して考えます。それぞれの直線偏光の振幅をA_1, A_2とすると以下のように表されます。

$$A_1 = A \cdot \alpha \cdot \cos(\theta - \phi) \quad ①$$

$$A_2 = A \cdot \sin(\theta - \phi) \quad ②$$

ただし、α；フィルム中の２つの直線偏光の振幅透過率比

フィルム中で 2 つに分解して考えた直線偏光は、検光子によって pp'方向に振動する波となり、それらの振幅A_{1p}, A_{2p}は次式のようになります。

$$A_{1p} = A_1 \cos(\theta - \phi) = A \cdot \alpha \cdot \cos^2(\theta - \phi) \quad ③$$

$$A_{2p} = A_2 \sin(\theta - \phi) = A \cdot \sin^2(\theta - \phi) \quad ④$$

平行ニコル回転法では、受光素子は偏光子・検光子一回転中の上の 2 つの直線偏光 A_{1p}, A_{2p} の合成波の振幅の 2 乗(光の強さ)を検出します。

一般的に、振幅 A_{1p}, A_{2p}、位相差δの 2 つの光波が合成される場合、合成波の振幅を A’ とすると次式によって表されます。

$$A'^2 = A_{1p}{}^2 + A_{2p}{}^2 + 2A_{1p}A_{2p}\cos\delta \qquad ⑤$$

ただし、$\delta = 2\pi R/\lambda$ ⑥

λ;光の波長

R;レターデーション

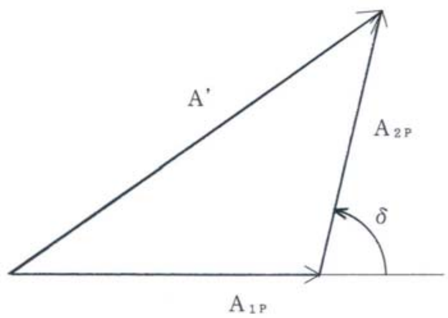


図２　２つの直線偏光の合成

さらに、$C = \cos\delta$ と置き直して平行ニコル回転時の検出光量 $I(\theta) = A'^2$ を整理すると、次のようになります。

$$I(\theta) = A^2\{\alpha^2 \cdot \cos^4(\theta-\phi) + \sin^4(\theta-\phi) + \frac{1}{2}C\cdot\alpha\cdot\sin^2 2(\theta-\phi)\} \qquad ⑦$$

I(θ)の図を極座標形式で描くと、円から閉じた 4 つ葉までのいずれかの図になります。式中の未知数αおよび C は連立方程式を解くことによって容易に求まり、最終的に次のように表されます。

$$\alpha = \sqrt{\frac{I(\phi)}{I(\phi+90°)}} \qquad ⑧$$

$$C = \frac{4I(\phi+45°) - (\alpha^2+1)\cdot I(\phi+90°)}{2\alpha I(\phi+90°)} \qquad ⑨$$

すなわち、I(θ)のθ=φ, φ+45°, φ+90° の３つの値がわかればＣが求まります。
ＣとＲの関係から、Ｒを一般的に表すと次のようになります。

$$R = \frac{\lambda}{2\pi}[\{m - \frac{1-(-1)^m}{2}\}\pi - (-1)^m \cos^{-1} C] \qquad ⑩$$

ただし、m=1, 2, 3・・・・

コサインカーブの関係にあるＣとＲは図３のようになり、ｍが奇数・偶数について書き換えると、それぞれ以下のように簡単な式になります。
ｍが奇数のとき

$$R = \frac{\lambda}{2}(m-1) + \frac{\lambda}{2\pi}\cos^{-1} C \qquad ⑪$$

ｍが偶数のとき

$$R = \frac{\lambda}{2}m - \frac{\lambda}{2\pi}\cos^{-1} C \qquad ⑫$$

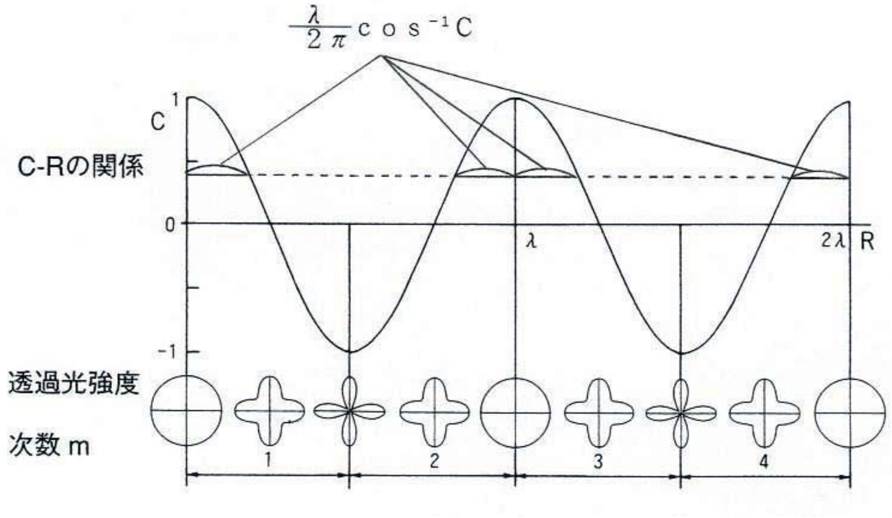


図３　レターデーションＲと透過光強度図形との関係

2) 次数 m の決定方法

次数の決定には、波長 590nm の他に、610nm, 630nm の合計 3 つの波長で同じ測定を行い、それぞれの波長に対して次数 m を 1 から順に増やしたときのレターデーション候補 Rm を考えます。レターデーションには波長依存性があり、波長に対する変化の割合は材料によって異なります。今、測定に用いる 590～630nm は十分に狭い波長幅とみなし、波長依存性が多少あるとしても、この 3 つの波長においてはほぼ同じ R の値を取るものと仮定します。右の例では、3 つの波長とも m=2 のときが、最も 3 波長間の差が少ない組合せとなっています。したがって、このとき波長 590nm での R は 395.1nm になります。

表１　波長ごとのレターデーション候補 Rm

m	590nm	610nm	630nm
1	194.9	215.0	235.2
2	395.1	395.0	394.8
3	784.9	825.0	865.2
4	985.1	1005.0	1024.8
5	1374.9	1435.0	1495.2
6	1575.1	1615.0	1654.8
7	1964.9	2045.0	2125.2
.	.	.	.
.	.	.	.
.	.	.	.